

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В.Н. КАРАЗІНА

ДЕМ'ЯНЧЕНКО ОЛЬГА ПАНТЕЛІЇВНА

УДК 517.946.9

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СКЛАДНОГО ТЕПЛООБМІНУ
У МЕТАЛУРГІЇ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2020

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Кременчуцькому національному університеті імені Михайла Остроградського Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Ляшенко Віктор Павлович,
Кременчуцький національний університет імені Михайла
Остроградського,
завідувач кафедри інформатики та вищої математики.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Угрюмов Михайло Леонідович,
Харківський національний
університет ім. В.Н. Каразіна,
професор кафедри теоретичної та прикладної
системотехніки;

доктор технічних наук, професор
Бомба Андрій Ярославович,
Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне,
професор кафедри комп'ютерних наук та прикладної
математики.

Захист відбудеться «11» листопада 2020 року о 15.30 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.051.09 Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 6, ауд. 318.

З дисертацією можна ознайомитись у Центральній науковій бібліотеці Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.

Автореферат розісланий «09» жовтня 2020 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 64.051.09

Олена ТОЛСТОЛУЗЬКА

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність роботи. В останні десятиріччя математичне моделювання є одним із найпоширеніших методів дослідження теплових процесів у металургії, зокрема, у прокатному виробництві. Математичні моделі та задачі, що тут виникають, стають усе складнішими. Вони у своїй більшості трьохмірні та нелінійні, зі складними граничними умовами і областю дослідження, з фізичними параметрами, що залежать від просторових координат та температури.

Аналітичні методи розв'язку задач дозволяють будувати та досліджувати лише найпростіші математичні моделі, які корисні для тестування більш складних моделей. Альтернативою аналітичним методам дослідження та розв'язання багатомірних складних задач нестационарної теплопровідності стали чисельні методи. Вони дозволяють розв'язувати складні задачі із застосуванням мови високого рівня C# або систем комп'ютерної математики. Поєднання аналітичних та чисельно-аналітичних методів дозволяє проводити повний опис та дослідження теплових процесів у складних багатосферних та неканонічних областях, будувати та досліджувати нелінійні математичні моделі, враховувати зміни геометричних і фізичних параметрів.

Побудова математичних моделей високотемпературних процесів зі складними умовами теплообміну у металургії, методів їх дослідження розглядалася у роботах багатьох учених, таких як Ю.О. Митропольський, А. М. Самойленко, Д. Андерсон, Г. І. Марчук, Р. Ріхтмайєр, О. А. Самарський, А. А. Березовський, А. П. Слесаренко, Я. Г. Савула, В. П. Ляшенко, А. В. Ликов, М.Я. Бровман, О. І. Тришевський та багато інших.

Незважаючи на значну кількість досліджень, на сьогоднішній день відкритою залишається проблема побудови математичних моделей, що з достатньою точністю відображають температурні розподіли поверхні валків прокатних станів та валкових кристалізаторів, що рухаються зі сталою швидкістю навколо своєї осі, умови теплообміну яких залежать від кута повороту валка навколо осі.

Тому можна зробити висновок, що тема дисертаційної роботи є актуальною та має важливе наукове і практичне значення. Вона спрямована на вирішення науково-практичної задачі, яка полягає в удосконаленні існуючих та розробці нових математичних моделей і методів аналізу теплових процесів під час прокатки та підвищення точності температурних розподілів валків прокатних станів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Основний зміст роботи становлять результати досліджень, проведених автором протягом 2002–2018 років.

Робота відноситься до найважливіших фундаментальних проблем фізико-математичних і технічних наук, зокрема до побудови та досліджень математичних моделей процесів теплообміну у металургії та відповідає Закону України «Про пріоритетні напрями розвитку науки і техніки», зокрема, п. 6 статті 3 «Новітні технології та ресурсозберігаючі технології в енергетиці та промисловості», «Нові

речовини і матеріали», спрямованості тематики Приазовського державного технічного університету та Азовського морського інституту національного університету «Одеська морська академія», виконувалась у рамках науково-дослідних робіт Приазовського державного технічного університету згідно договорів за кошти замовників ВАТ металургійного комбінату «Азовсталь» та ТОВ «ТБ «Азовмашпром». У цих роботах проводилися розрахунки температурних розподілів та порівняння їх з вимірюванням температури за допомогою пірометрів під час штамповки і прокатки, де автор була виконавцем окремих їх етапів, проводила чисельні експерименти, про що свідчать акти впровадження.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційного дослідження є підвищення точності температурних розподілів валків прокатних станів, за рахунок удосконалення існуючих та побудови нових математичних моделей процесів теплообміну валків з оточуючим середовищем.

Для досягнення мети необхідно було розв'язати наступні **завдання**:

1. Провести аналіз математичних моделей і методів, що використовуються при дослідженні процесів теплообміну під час прокатки стрічки та профілів.
2. Побудувати математичні моделі температурних розподілів у двошаровому валку прокатного стану та у двошаровій кулі, що враховують умови теплообміну поверхні валка з оточуючим середовищем та умови теплообміну на границі шарів з різними теплофізичними характеристиками.
3. Побудувати та дослідити математичну модель температурного поля порожнистого валка прокатного стану, що обертається навколо своєї осі зі сталою кутовою швидкістю, та отримати розв'язок відповідної задачі.
4. Побудувати математичну модель температурного поля валків у валковому кристалізаторі та розробити програму для знаходження температурного поля зони нагрівання тришарового валка.
5. Побудувати математичну модель температурного поля металевої кулі з періодичними умовами теплообміну з навколишнім середовищем, отримати аналітичний та чисельно-аналітичний розв'язки відповідних задач.
6. Побудувати математичну модель визначення температурного розподілу тіл складної геометричної форми у вигляді крайової задачі та розробити метод її дослідження у сепарабельній області з використанням різницевої схеми.
7. Побудувати математичну модель та дослідити температурні розподіли у валках з порожнинами еліптичної та сферичної форми.

Об'єктом дослідження є процеси теплообміну у металургії під час прокатки виробів на прокатних станах, тому числі у валкових кристалізаторах.

Предметом дослідження є математичні моделі температурних розподілів валків під час прокатки у вигляді нелінійних початково-крайових задач для рівняння теплопровідності, інтегральних рівнянь, чисельні алгоритми та методи розв'язання задач.

Методи дослідження. Теоретичною основою роботи є методи математичного моделювання, аналітичні, чисельні, чисельно-аналітичні методи розв'язування крайових задач та нелінійних інтегральних рівнянь, різницевої схеми, ітераційні алгоритми, мови високого рівня C#, системи комп'ютерної

математики.

Наукова новизна отриманих результатів. На основі виконаних теоретичних і експериментальних досліджень отримано нове рішення важливої науково-прикладної задачі.

1. *Уперше* побудовані математичні моделі температурних розподілів під час прокатки, які, за рахунок введення кусково-монотонних періодичних функцій, враховують залежність температурного поля валка та кулі від кута обертання їх навколо своєї осі, що дозволило, за допомогою чисельного аналізу, збільшити точність контролю температурних розподілів на поверхні валків.

2. *Удосконалені* існуючі математичні моделі температурних розподілів двошарових куль та валків циліндричної форми з різними теплофізичними характеристиками шарів, які відрізняються від існуючих врахуванням теплофізичних характеристик шарів, що дозволило, за рахунок зведення крайових задач до інтегральних рівнянь та застосування чисельних алгоритмів підвищити точність математичних моделей та покращити контроль температурних розподілів.

3. *Отримав* подальший розвиток метод моделювання температурних розподілів у дво- та тришарових циліндрах та кулях, який полягає у застосуванні умови теплового балансу одного із сусідніх шарів та умови рівності теплових потоків між шарами, що дозволило отримати умови спряження імпедансного типу на границі шарів з різними теплофізичними характеристиками та розширити можливості моделювання температурних розподілів під час прокатки виробів багатошаровими валками.

4. *Отримав* подальший розвиток чисельно-аналітичний метод розв'язання задач визначення температурних розподілів, в основі якого лежать різницеві методи та метод скінчених елементів, який на відміну від існуючих методів дозволив підвищити точність чисельних розрахунків температурних розподілів.

Достовірність отриманих результатів забезпечується використанням класичних методів побудови та дослідження математичних моделей, строгістю математичних викладок, результатами чисельних експериментів, порівняння їх з натурними експериментами та результатами, отриманими іншими авторами.

Практичне значення отриманих результатів. Результати дисертації мають практичне застосування: розроблені методи та моделі використані при проектуванні експериментального прокатного стану, розрахунках температурних розподілів валків, а також при прогнозуванні температурних розподілів. Результати роботи були впроваджені при виконанні робіт за державним замовленням та господарських договорів на замовлення ВАТ МК «Азовсталь» та ТОВ «ТБ «Азовмашпром» для розрахунків температурних розподілів заготовок для штамповки, у навчальний процес Азовського морського інституту НУ «ОМА», під час викладання дисциплін «Теплопередача», «Термогідродинамічні процеси», «Обчислюванні методи у моделюванні технологічних та природничих процесів», курсових робіт у КрНУ імені Михайла Остроградського (акти від 07.02.2018 р. та 15.06 2018 р.).

Особистий внесок здобувача. Усі основні наукові положення, результати,

висновки й рекомендації дисертаційної роботи одержані авторкою самостійно. Вони викладені у 20 наукових працях. Матеріали, що складають основу дисертації виконані одноосібно та опубліковані в роботах [5, 1, 12, 18, 16], а також у роботах, виконаних у співавторстві з науковим керівником [4, 6, 7, 8, 11] та іншими співавторами [2, 3, 20].

У публікаціях, написаних у співавторстві, особистий внесок злобувача полягає в наступному: у роботі [2] запропонувала алгоритм Роте – зведення нелінійної крайової задачі до послідовності лінійних задач для рівняння теплопровідності, у [3] – участь у формулюванні крайових умов задачі, проведенні обчислювального експерименту; у [4] – участь у побудові різницевої схеми крайової задачі; у [6] – участь в обговоренні методу розв’язку та розв’язок інтегрального рівняння; [7] – участь в отриманні умов спряження імпедансного типу у математичній моделі теплообміну двошарового валка прокатного стану; у [8] – участь у постановці математичної моделі, формулюванні крайових умов задачі; [19] – отримала умови спряження імпедансного типу у математичній моделі теплообміну циліндра та отримала функції Гріна і розв’язала інтегральне рівняння. [20] брала участь у формулюванні крайових умов задачі, проведення обчислюваного експерименту.

Апробація результатів дисертації. Наукові результати дисертаційної роботи викладені у тезах доповідей всеукраїнських та міжнародних конференцій, міжнародних симпозіумах: «Сучасні проблеми математики» (Чернівці, 1998), «Методи дискретних особливостей в задачах математичної фізики» (Харків-Суми, 2015; Харків-Херсон, 2017), АМіТаNS'16, (Албена, Болгарія, 2016), «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів» (Рівне, 2018), XVIII та XIX Міжнародних конференціях з математичного моделювання (Херсон, 2017, 2018), всеукраїнських конференціях «Математичне моделювання та математична фізика» (Кременчук, 2016, 2018), КМНТ-2018 (Харків, 2018).

У повному обсязі матеріали дисертації [9–18] доповідалися на всеукраїнських та міжнародних наукових конференціях в Україні та за кордоном, на міжнародному семінарі у Харківському національному університеті імені В.Н. Каразіна, наукових семінарах кафедр: у Азовському морському інституті національного університету «Одеська морська академія» та Кременчуцькому національному університеті імені Михайла Остроградського.

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 20 наукових праць, у тому числі 8 статей у наукових фахових виданнях України [1–8], з яких 3 у виданнях, що індексуються у наукометричній базі «Index Copernicus», 10 – тези доповідей на всеукраїнських та міжнародних конференціях [9–18], одна з яких опублікована за кордоном та реферується наукометричними базами даних «Scopus» та «Web of Sciens», 2 праці [19, 20] додатково відображають наукові результати дисертації.

Структура та обсяг роботи. Дисертація містить: вступ, п’ять розділів, висновки, список використаних джерел і 2 додатки. Загальний обсяг дисертації становить 188 сторінок: у тому числі анотації на 12 сторінках, зміст на 2 сторінках, основний текст на 139 сторінках, список використаних джерел із 138

найменувань на 17 сторінках та два додатки на 10 сторінках. Робота містить 7 таблиць та 27 рисунків, з яких два на окремих сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

У вступі відображено актуальність теми і дано загальну характеристику дисертації. Сформульовано мету і завдання досліджень, наукову новизну і практичну цінність роботи. Наведено відомості про апробацію роботи та публікації.

У першому розділі розглянуто предметну область, існуючі фізичні та математичні моделі процесів теплообміну під час прокатки на прокатних станах та у валкових кристалізаторах (ВК). Наведено стислий огляд публікацій за темою дисертації, зроблено аналіз існуючих чисельних, аналітичних та чисельно-аналітичних методів розв'язання нелінійних крайових задач, сформульовано задачі дисертаційного дослідження.

Проведений аналіз відомих математичних моделей, побудованих на основі початково-крайових задач для рівняння теплопровідності показав, що математичним моделям визначення температурних розподілів у ВК та під час прокатки у вітчизняній науці приділено недостатньо уваги. Також мало уваги приділено побудові математичних моделей, в яких у задачах для рівняння теплопровідності розглядаються складні граничні умови теплообміну між металом, що обробляється, та валками прокатного стану. Показано, що складність крайових задач у таких математичних моделях, викликала необхідність удосконалення методів їх розв'язку, зведення крайових задач до нелінійних інтегральних рівнянь та наступному їх розв'язку чисельними методами, зокрема застосуванням квадратурних формул.

Пропонуються нові та удосконалені існуючі математичні моделі теплових процесів, що протікають під час виробництва продукції на прокатних станах у вигляді початково-крайових задач для рівняння теплопровідності.

У другому розділі для визначення температурних розподілів у двошарових валках прокатних станів та кулях при щільному контакті шарів отримані умови спряження імпедансного типу на границі шарів з різними теплофізичними характеристиками, які поряд з нормальною похідною містять тангенціальні похідні та похідну за часом. Вони побудовані на основі умови теплового балансу одного із сусідніх шарів та умови рівності теплових потоків [8, 11].

$$\lambda_i \operatorname{div}(\operatorname{grad} T) - c_i \rho_i \frac{\partial T}{\partial t} = 0,$$

$$\lambda_i \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Omega_i} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Omega_{i+1}},$$

де $u, \lambda_i, c_i, \rho_i$ – температура, коефіцієнт теплопровідності, теплоємність, щільність матеріалу шару. Для циліндричного валка прокатного стану, що обертається навколо своєї осі з постійною кутовою швидкістю $\omega = \text{const}$ та складними

умовами теплообміну поверхні з оточуючим середовищем, такі умови мають вигляд умови спряження імпедансного типу:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} - \alpha_1 \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \alpha_2 \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{r=R_2} = \begin{cases} g_0, & \omega t < \varphi < \omega t + \varphi_0, \\ g_1(\alpha T) + g_2(\sigma T), & \omega t + \varphi_0 < \varphi < \omega t + 2\pi \end{cases},$$

де $\alpha_i = \text{const}$, $g_0, g_1(\alpha T), g_2(\sigma T)$ – сталі величини, або кусково монотонні функції.

Для сферичної області умова спряження імпедансного типу має вигляд:

$$\frac{1}{r_{cp}^2} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{R_1}^{R_2} + \beta_1 \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \beta_2 \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} - \beta_3 \frac{\partial T}{\partial t} = 0,$$

де $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ сталі величини, що залежать від теплофізичних параметрів області γ .

Введення умов спряження імпедансного типу дозволило підвищити точність розрахунків температурних розподілів.

Основні результати розділу опубліковано в роботах [8,14,15].

У третьому розділі розглядаються нові та удосконалені існуючі математичні моделі радіаційно-конвективного теплообміну, що виникають при визначенні температурних розподілів під час прокатки металеві стрічки та температурного впливу на дво- та тришарові валки. Двошаровість та тришаровість валків прокатних станів викликана підвищенням стійкості, подовженням терміну їх роботи. Шари покриття та основне тіло валка мають різні теплофізичні властивості. Температурне поле $T(r, z, \varphi, t)$ двошарового валка циліндричної форми, що обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω та розігрівається від стрічки, має сталу температуру у зоні пластичної деформації, а за її межами віддає тепло в оточуюче його середовище, розглядається у вигляді крайової задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з умовою спряження у циліндричній області

$\Omega \times t = \{(r, z, \varphi, t) | 0 < r < R, 0 < \varphi < 2\pi, 0 < z < l, t > 0\}$ [8,17]:

$$\lambda_{1,2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda_{1,2} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \lambda_{1,2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} - c_{1,2} \rho_{1,2} \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$T(r, \varphi, z, 0) = T_0, \quad T(r, \varphi, 0, t) = T_0, \quad T(r, \varphi, l, t) = T_l; \quad (2)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T(R_1 - 0, \varphi, z, t)}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T(R_1 + 0, \varphi, z, t)}{\partial r}, \quad T(R_1 - 0, \varphi, z, t) = T(R_1 + 0, \varphi, z, t); \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(0, \varphi, z, t)}{\partial r} = 0, \quad \lambda_2 \frac{\partial T(R, \varphi, z, t)}{\partial r} = \begin{cases} h_2 T_M & \omega t < \varphi < \omega t + \varphi_0 \\ -\alpha(T - T_c) - \varepsilon \sigma (T^4 - T_c^4), & \omega t + \varphi_0 < \varphi < \omega t + 2\pi \end{cases} \quad (4)$$

$$T(r, \varphi + 2\pi, z, t) = T(r, \varphi, z, t), \quad (5)$$

де $\alpha, \varepsilon, \sigma$ – параметри теплообміну, коефіцієнт теплообміну, T_0, T_l, T_M, T_c – температури: початкова, гранична, зони деформації, оточуючого валки середовища. Розглядається спрощена математична модель температурного поля осьового перерізу двошарового валка, що обертається навколо своєї осі з кутовою

швидкістю ω та має різні умови теплообміну поверхні валка з оточуючим середовищем в області $\Omega_1 \times t = \{(r, \varphi, t) \mid 0 < r < R, 0 < \varphi < 2\pi, t > 0\}$ з умовами (3),(4),(5), і має вигляд [6]:

$$\lambda_{1,2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda_{1,2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} - c_{1,2} \rho_{1,2} \frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (6)$$

Умову спряження (3),(4) та умову (5) при щільному контакті шарів на їх границі замінено умовою імпедансного типу [8].

Після спрощень задача (6) з початковою умовою та умовами (3)-(5) трансформується у початково-крайову задачу з крайовою умовою імпедансного типу, що містить похідні за часом, радіальну та кутову в області $\Omega_2 \times t = \{0 < r < R, \omega t < \varphi < \omega t + 2\pi, t > 0\}$ [19]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad (7)$$

$$u(r, \varphi, 0) = u_0, \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial r} + h_2 u - \beta \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \gamma \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{r=R} = \begin{cases} g_0 & \omega t < \varphi < \omega t + \varphi_0 \\ f_0 + f(u) & \omega t + \varphi_0 < \varphi < \omega t + 2\pi \end{cases}, \quad (9)$$

$$u(r, \varphi + 2\pi, t) = u(r, \varphi, t), \quad (10)$$

де $\beta_i = \text{const}$, а $g_0, f_0, f(T)$ – сталі величини, або кусково - монотонні функції.

Для знаходження температурного розподілу задача (7)-(10) зведена до еквівалентного їй нелінійного інтегрального рівняння типу Гаммерштейна з ядром у вигляді функції Гріна $G(r, \rho; \varphi, \psi; t - \tau)$. Функція Гріна побудована у вигляді ряду за функціями $\Phi_{nkl}(r, \varphi) = J_n(\mu_{nk} r) \cos n\varphi$ та $\Phi_{nks}(r, \varphi) = J_n(\mu_{nk} r) \sin n\varphi$, де $J_n(\mu_{nk})$ – функції Бесселя першого роду n -го порядку наступної спектральної задачі [19]:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \mu^2 \Phi = 0, \quad \Phi(r, \varphi + 2\pi) = \Phi(r, \varphi), \quad \frac{\partial \Phi}{\partial r} + h_2 \Phi - \beta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} - \gamma \mu^2 \Phi = 0.$$

Розроблено алгоритм (Рис.1.) та створено програму у середовищі MATLAB для знаходження температурного поля зони нагрівання дво- та тришарового валка, що розігрівається від металу, що обробляється.

Математична модель температурного поля тришарових валків валкового кристалізатора для виробництва металеві стрічки при щільному контакті шарів валка з різними теплофізичними характеристиками шарів має вигляд крайової задачі для однорідного рівняння теплопровідності у циліндричній області з циклічно діючими умовами теплообміну $\Omega \times t$ [8]:

$$\lambda_i \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) + \lambda_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} + \lambda_i \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_i}{\partial \varphi^2} - c_i \rho_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = 0, \quad (11)$$

$$T_i(r, \varphi, z, 0) = T_0, \quad (12)$$

$$T_i(r, \varphi, 0, t) = T_0, \quad T_i(r, \varphi, l, t) = T_0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=R_3} = \begin{cases} q, & \omega t < \varphi < \varphi_0 + \omega t \\ \alpha_1 (T_c - T) + \varepsilon \sigma (T_c^4 - T_4^4), & \omega t + \varphi_0 < \varphi < \omega t + 2\pi \end{cases}, \quad (14)$$

$$T_i(R_i - 0, \varphi, z, t) = T_{i+1}(R_i + 0, \varphi, z, t), \quad i = 1, 2; \quad \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} \Big|_{r=R_i-0} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial r} \Big|_{r=R_i+0}, \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

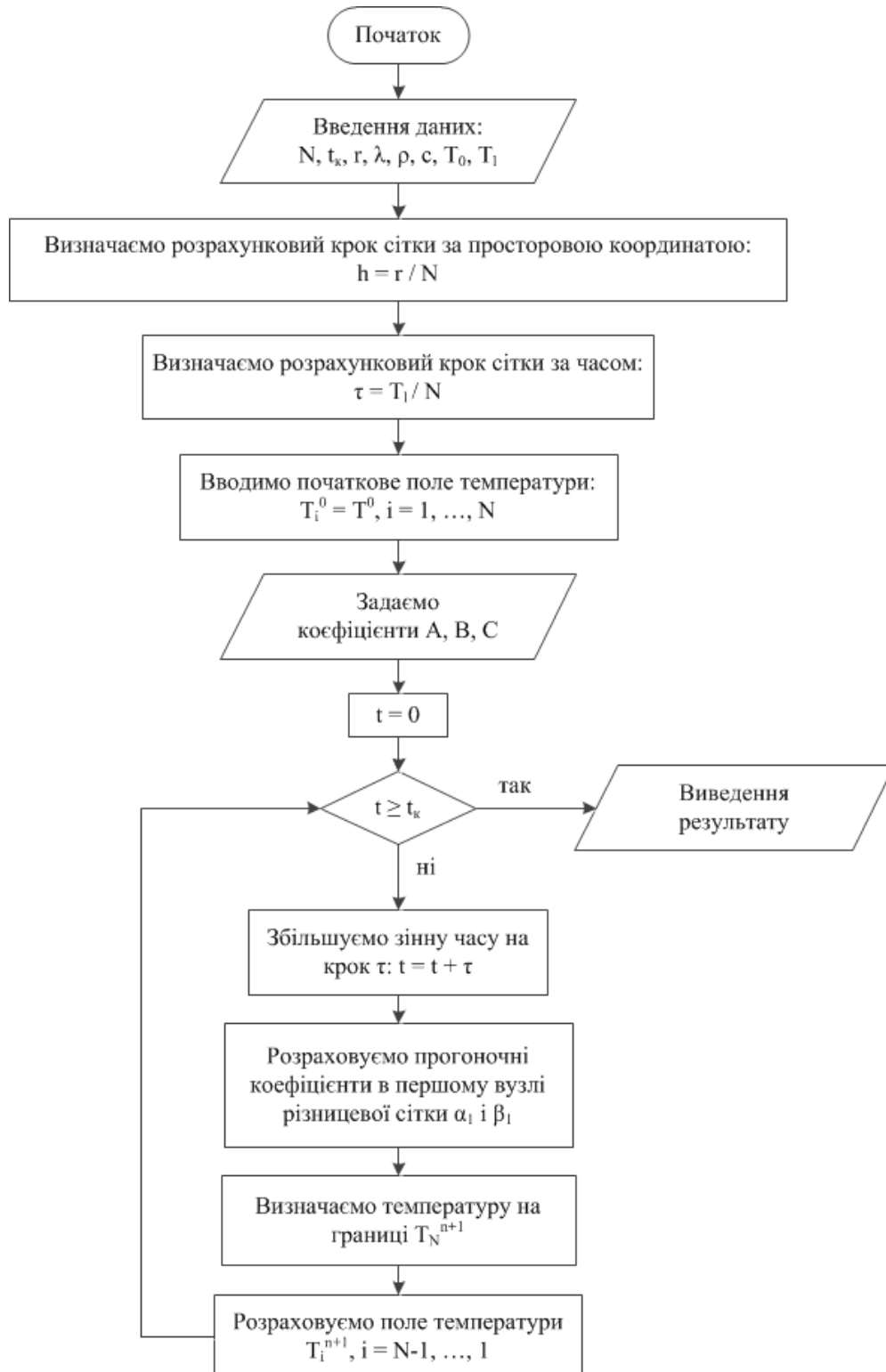


Рис. 1 Блок-схема алгоритму роботи програми [8]

Розглядається спрощена задача (11)(15) дослідження температурного поля радіального перерізу валка, яка розв'язана чисельно-аналітичним методом.

З використанням систем комп'ютерної математики побудовані графіки температурних розподілів у двошаровому валку прокатного стану (Рис. 2). Ця задача розв'язується методом скінчених елементів із застосуванням систем комп'ютерної математики згідно алгоритму (Рис. 1) за допомогою GUI-додатка MATLAB PDETool. Для розв'язання задачі сформульовано триангулярну сітку з використанням методу Делоне [8]. Отримані чисельні розрахунки температурних розподілів поверхні валка та зроблено порівняльний аналіз з натурними експериментами та розрахунками інших авторів.

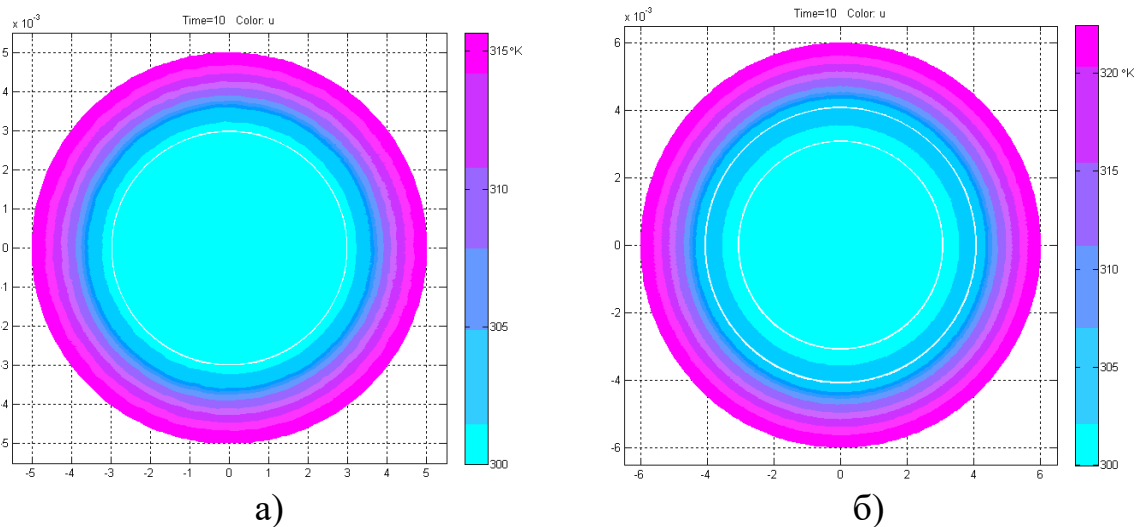


Рис. 2 Температурний розподіл у дво- та тришаровому валку, побудованому згідно алгоритма (Рис.2), за розв'язком спрощених задач (1)-(6) та (11)-(15)

Основні матеріали розділу опубліковані в роботах [1,7–9,16–18,19].

У четвертому розділі побудовані математичні моделі, що виникають при визначенні температурних розподілів у ізотропній кулі, яка є кінцевою продукцією виробництва на стані гвинтової прокатки.

Задача визначення температурного поля $T = T(r, \theta, \varphi, t)$ кулі радіуса $r \leq R$ з різними умовами теплообміну поверхні з навколишнім середовищем, що обертається з кутовою швидкістю ω , а напрям теплового потоку інтенсивністю $q = \text{const}$, який вона сприймає, ортогональний до осі обертання, має вигляд третьої нелінійної початково-крайової задачі для рівняння теплопровідності в області $\Omega_3 \times t = \{0 < r < R, 0 < \theta < \pi, 0 < \varphi < 2\pi, t > 0\}$ [11]:

$$\Delta T - \frac{1}{a^2} T_t = 0, \quad (16)$$

$$T(r, \theta, \varphi, 0) = T_0 = \text{const}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} + h_2 T \Big|_{r=R} = \begin{cases} h_2 T_c + \frac{q}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi & 0 < \theta < \pi, \omega t < \varphi < \omega t + \pi \\ h_1 T_c + (h_2 - h_1) T + \kappa (T_c^4 - T^4) & 0 < \theta < \pi, \omega t + \pi < \varphi < \omega t + 2\pi \end{cases}, \quad (18)$$

$$T(r, \theta, \varphi, t) = T(r, \theta, \varphi + 2\pi, t). \quad (19)$$

Тут ΔT – оператор Лапласа у сферичній системі координат; R – радіус кулі, $a^2 = \frac{\lambda}{c\rho}$, $h_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$, $\kappa = \frac{\varepsilon\sigma}{\lambda}$. Умова (18) характеризує обертання кулі навколо двох осей та відображає умову теплообміну поверхні з оточуючим кулю середовищем та напрями теплових потоків, які куля сприймає та випромінює.

Розв'язок нелінійної початково-крайової задачі (16)-(19) при умові, що $\sin \varphi = 1$ і $W = u(R, \theta, \varphi, t)$ зведено до розв'язання нелінійного інтегрального рівняння типу Гаммерштейна з ядром у вигляді функції Гріна:

$$\begin{aligned} u(\rho; \zeta; \psi; \tau) &= u_L(\rho; \zeta; \psi; \tau) - \\ &- \int_0^\tau \int_{\omega t}^{\omega t + 2\pi} \int_0^\pi G(R, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) [(h_1 - h_2)W + \kappa W^4] R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dt, \\ u_L(\rho, \zeta, \psi, \tau) &= \frac{u_0}{a^2} \int_0^\tau \int_0^{2\pi} \int_0^\pi G(r, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; 0 - \tau) r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi + \\ &+ \int_0^\tau \int_{\omega t}^{\omega t + \pi} \int_0^\pi G(R, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) \left(h_2 u_c + \frac{q}{\lambda} \sin \theta \right) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dt + \\ &+ (h_1 u_c + \kappa u_c^4) \int_0^\tau \int_{\omega t + \pi}^{\omega t + 2\pi} \int_0^\pi G(R, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dt. \end{aligned}$$

Розглянуто спрощення математичної моделі (16)–(19), яке дозволило звести тривимірну крайову задачу третього роду до одномірної задачі з нелінійними крайовими умовами

$$A_i \cdot u_{i+1}^{n+1} - B_i \cdot u_i^{n+1} + C_i \cdot u_{i-1}^{n+1} = F_i, \quad (20)$$

$$\text{де } A_i = \frac{\lambda}{h^2} \frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_i}, \quad B_i = \frac{\lambda}{h^2} \cdot \frac{r_{i-\frac{1}{2}} + r_{i+\frac{1}{2}}}{r_i} + \frac{\rho c}{\tau}, \quad C_i = \frac{\lambda}{h^2} \frac{r_{i-\frac{1}{2}}}{r_i}, \quad F_i = -\frac{\rho c}{\tau} u_i^n.$$

Невідоме температурне поле області визначено з наступного співвідношення [6]:

$$u_i^{n+1} = \alpha_i \cdot u_{i+1}^{n+1} + \beta_i,$$

$$\text{де } \alpha_i = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{C_i \cdot \beta_{i-1} - F_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}.$$

Рівняння розв'язані методом простих ітерацій. На основі різницьових формул (20), створені модулі у середовищі Matlab для знаходження температурного поля кулі, що розігрівається зовнішніми джерелами тепла за різні проміжки часу (Рис. 3).

Запропоновано алгоритм чисельно-аналітичного розв'язання нелінійного інтегрального рівняння. В основі алгоритму покладено метод квадратурних формул, який дозволив нелінійне інтегральне рівняння представити у вигляді системи алгебраїчних рівнянь відносно невідомої функції [6].

Основні матеріали розділу опубліковані у роботах [6, 11, 12, 15].

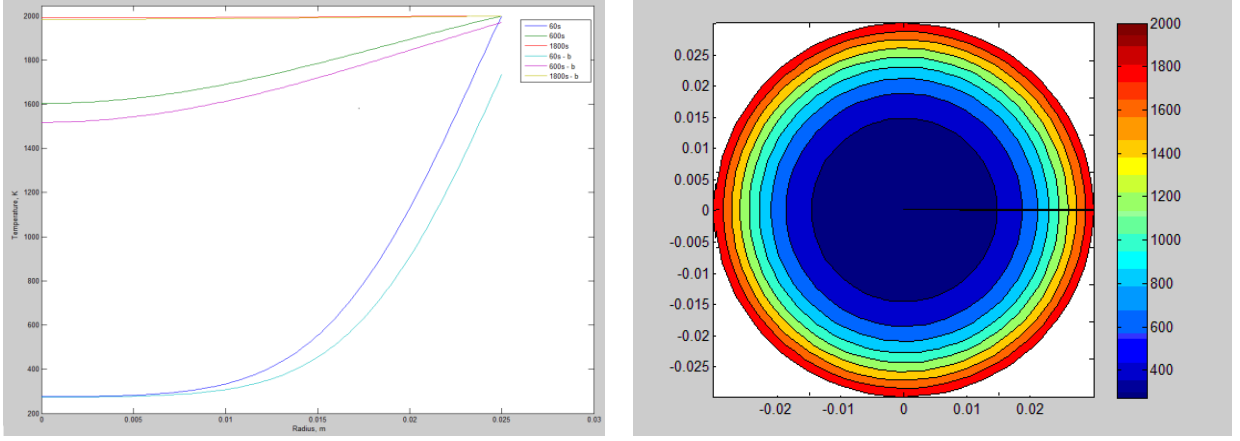


Рис. 3 Температурні розподіли під час термічної обробки кулі

У п'ятому розділі розглянуто математичні моделі та чисельно-аналітичні методи розв'язку крайових задач, що описують високотемпературні процеси під час прокатки профілів складної геометричної форми.

Розглядається модель у вигляді нелінійної початково-крайової задачі для нестационарного рівняння теплопровідності у неканонічній, з геометричної точки зору, області $\Omega_4 \times t : \{\Gamma_1 \cup \Gamma_2, 0 < t < \tau\}$:

$$c\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda(T)\nabla T) + F(T), \quad (21)$$

$$T(0) = T_0, \quad (22)$$

$$T|_{\Gamma_1} = \varphi_0, \quad \lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n}|_{\Gamma_2} = \alpha(T_{\text{cp}} - T) + \varepsilon\sigma(T_{\text{cp}}^4 - T^4), \quad (23)$$

де Γ_1, Γ_2 – кусково-гладкі поверхні.

Нестационарна задача (21)–(23), методом Рунге, зведена до сукупності крайових задач для лінійних різницьових рівнянь. Після дискретизації на кожному часовому шарі отримаємо задачі

$$-\operatorname{div}(\lambda(T_{s+1})\nabla T_{s+1}) + \frac{c\rho(T_{s+1})}{\Delta t}T_{s+1} - F(T_{s+1}) - \frac{c\rho(T_{s+1})}{\Delta t}T_s = 0, \quad (24)$$

$$T_{s+1}|_{\Gamma_1} = \varphi_0, \quad \lambda(T_{s+1})\frac{\partial T_{s+1}}{\partial n}|_{\Gamma_2} = \alpha(T_{\text{cp}} - T_{s+1}) + \varepsilon\sigma(T_{\text{cp}}^4 - T_{s+1}^4), \quad (25)$$

$$-\operatorname{div}(\lambda(T_{s+1}^k)\nabla T_{s+1}^{k+1}) + \gamma_{s+1}^k T_{s+1}^{k+1} - F_{s+1}^k = 0, \quad (26)$$

$$T_{s+1}^{k+1}|_{\Gamma_1} = \varphi_0 \quad -\lambda(T_{s+1}^{k+1}) \frac{\partial T_{s+1}^{k+1}}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} = \alpha_{s+1}^k (T_{s+1}^{k+1} - T_{\text{cp},s+1}^k). \quad (27)$$

На кожному s -му часовому шарі задачі (24)-(25) та (26)-(27) зведені до розв'язання сукупності лінійних крайових задач, структура розв'язків яких має вигляд ряду

$$T_{s+1}^{k+1} = \Phi_0 + \sum_{i=1}^n C_{i,s+1}^{k+1} \varphi_i,$$

де $\Phi_0|_{\Gamma_1} = \varphi_0$, $\varphi_i|_{\Gamma_2} = 0$, φ_i $i = \overline{1, n}$ – повна лінійно незалежна система функцій [4].

Отримані рівняння розв'язано методом зважених нев'язок Гальоркіна.

Розглянуто математичну модель розподілу температури у радіальному перерізі обмеженої порожнистої циліндричної області – валка валкового кристалізатора (ВК), якщо внутрішня поверхня S_0 підтримується при температурі T_0 , а інша поверхня S_1 випромінює тепло згідно із законом Стефана-Больцмана, основи циліндра для $z=0$, $z=l$ – теплоізовані. Визначення температурного поля циліндра у цьому випадку зводиться до розв'язання нелінійної крайової задачі в області $\Omega = \{S_0 \cup S_1\}$ [3]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \quad 0 < z < l, \quad (28)$$

$$T|_{S_0} = T_0, \quad \frac{\partial T(r, 0)}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} + \varepsilon \sigma (T^4 - T_c^4) \Big|_{S_1} = 0, \quad (29)$$

де n – напрям зовнішньої нормалі до поверхні S_1 , $z = z_1 l^{-1}$; $r = r_1 l^{-1}$. Розв'язок нелінійної крайової задачі (28) – (29) зведено до розв'язання послідовності лінійних крайових задач для рівняння теплопровідності в області Ω :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{ij}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial z^2} = 0, \quad (30)$$

$$T_{ij}|_{S_0} = T_0, \quad \frac{\partial T_{ij}(r, 0)}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T_{ij}}{\partial n} + \varepsilon \sigma T_{P_{ij}}^3 T_{ij} \Big|_{S_1} = 0, \quad (31)$$

$$T_{3j} = 0.5(T_{1j} + T_{2j}) \in \Omega, \quad P_{1j} \rightarrow 3, j-1, \quad P_{2j} \rightarrow 1, j,$$

де j – номер ітерації. Початковий розподіл температурного поля було вибрано з умови $T_{11} = \varphi \in \Omega$.

Структури розв'язку крайових задач (30)-(31) мають вигляд:

$$T_{ij} = T_0 + \sum_{k,s} C_{ks}^{(ij)} \omega \varphi_{ks}.$$

На базі спільного застосування методів прямих, ітераційного і структурно-різницевого методу запропоновано чисельно-аналітичний метод до розв'язання

обернених нелінійних нестационарних задач теплопровідності. Проведено чисельні розрахунки температурних розподілів виробів складної геометричної форми, зроблено порівняльний аналіз з натурними експериментами та розрахунками інших авторів, які дозволили підтвердити адекватність отриманих математичних моделей реальним температурним розподілам та підвищення точності математичних моделей

Основні матеріали розділу опубліковані в роботах [2, 3, 4, 10, 19].

ВИСНОВКИ

У дисертації одержано нові науково обґрунтовані результати, що в сукупності вирішують важливу науково-практичну задачу, яка полягає в удосконаленні існуючих та розробці нових математичних моделей і методів аналізу теплових процесів під час прокатки та підвищення точності температурних розподілів валків прокатних станів.

На основі виконаних теоретичних і експериментальних досліджень отримано нове рішення важливої науково-прикладної задачі.

1. Проведено аналіз літературних джерел та встановлено, що існуючі математичні моделі і методи їх реалізації мають недоліки, пов'язані з недостатньою точністю описання температурних розподілів валків прокатних станів, що обертаються навколо своєї осі та мають різні умови теплообміну поверхні з оточуючим середовищем та залежать від кута обертання валка навколо своєї осі. Особливо це стосується двошарових та тришарових валків та куль, що мають різні теплофізичні властивості шарів.

2. Побудовано математичні моделі теплообміну у двошаровому валку прокатного стану та у двошаровій кулі, що містять умови спряження імпедансного типу у задачі для однорідного рівняння теплопровідності та описують їх температурні розподіли.

3. Побудовано математичну модель температурного поля порожнистого валка прокатного стану, що обертається навколо своєї осі, та отримано розв'язок відповідної задачі.

4. Побудовано математичну модель температурного поля валків у валковому кристалізаторі та розроблено програму для знаходження температурного поля зони нагрівання тришарового валка.

5. Побудовано математичну модель температурного поля металевої кулі з періодичними умовами теплообміну з навколишнім середовищем та отримано аналітичний та чисельно-аналітичний розв'язки відповідних задач.

6. Побудовано математичну модель визначення температурного розподілу тіл складної геометричної форми у вигляді крайової задачі та розроблено метод її дослідження у сепарабельній області з використанням різницевої схеми.

7. Побудовано математичну модель та досліджено температурні розподіли у валках з порожнинами еліптичної та сферичної форми.

8. Побудовано математичні моделі теплообміну під час прокатки, які, за рахунок введення кусково-монотонних функцій, допомогли врахувати залежність температурного поля валка та кулі від кута обертання їх навколо своєї осі, що

дозволило, за допомогою чисельного аналізу, більш точно контролювати температурний розподіл на їх поверхнях.

9. Удосконалено існуючі математичні моделі температурних розподілів двошарових куль та валків циліндричної форми з різними теплофізичними характеристиками шарів, що на відміну від існуючих враховують теплофізичні характеристики шарів, що дозволило, за рахунок зведення крайових задач до інтегральних рівнянь та застосування систем комп'ютерної математики, покращити контроль температурних розподілів та підвищити точність математичних моделей.

10. Отримав подальший розвиток метод моделювання умов теплообміну у дво- та тришарових циліндрах та кулях, який полягає у застосуванні умови теплового балансу одного із сусідніх шарів та умови рівності теплових потоків між шарами, що дозволило отримати умови спряження імпедансного типу на границі шарів з різними теплофізичними характеристиками та розширити можливості моделювання теплових процесів під час прокатки багатошарових виробів.

11. Отримав подальший розвиток чисельно-аналітичний метод розв'язання задач складного теплообміну, в основі якого лежать скінчено-різницеві методи та метод скінчених елементів, що дозволило на відміну від існуючих методів підвищити точність чисельних розрахунків температурних розподілів.

12. Результати дисертаційної роботи було впроваджено при виконанні науково дослідних робіт за державним замовленням ВАТ МК «Азовсталь» та замовленням ТОВ «ТБ «Азовмашпром», де виконувалися розрахунки процесів нагрівання заготовок для штамповки, а також у навчальний процес Азовського морського інституту національного університету «Одеська морська академія», та у Кременчуцькому національному університеті імені Михайла Остроградського, про що свідчать відповідні акти впровадження.

Усі вищенаведені наукові та практичні результати є новими та відповідають сучасному науковому рівню, що підтверджено публікаціями здобувача у фахових та закордонних виданнях, доповідях на наукових конференціях [1–20]. Обґрунтованість і достовірність отриманих наукових результатів і висновків дисертаційної роботи забезпечується і підтверджується коректним використанням відомого математичного апарату та результатами досліджень інших авторів.

Упровадження на практиці розроблених математичних моделей та комп'ютерних методів розв'язку задач дає можливість суттєво покращити терміни проектно-конструкторських робіт.

Отже, було досягнуто мету дослідження, яка полягала у підвищенні точності температурних розподілів валків прокатних станів за рахунок удосконалення існуючих та побудови нових математичних моделей у металургії, зокрема теплових процесів під час прокатки на прокатних станах та у валкових кристалізаторах, застосування для дослідження математичних моделей нелінійних крайових задач для рівняння теплопровідності, інтегральних рівнянь та чисельних методів. Усе це підтверджує високу ефективність рішень, які обґрунтовані теоретично та підтверджені практично.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у наукових фахових виданнях України та ті, що входять до міжнародної наукометричної бази:

1. Дем'янченко О. П. Усредненная задача теплопроводности для вращающегося полого цилиндра. *Доповіді Національної академії наук України. Математика, природознавство, технічні науки*. 2002. № 3. С. 98–103.

2. Слесаренко А. П., Сафонов Н. А., Дем'янченко О. П. Численно-аналитическое моделирование и идентификация нестационарного теплового процесса с учетом радиационного теплообмена. *Доповіді Національної академії наук України. Математика, природознавство, технічні науки*. 2015. № 4. С. 70–76.

Особистий внесок: запропонувала алгоритм Роте – зведення нелінійної крайової задачі до послідовності лінійних задач для рівняння теплопроводності.

3. Слесаренко А. П., Дем'янченко О. П., Сафонов Н. А. Аналитическое моделирование тепловых процессов в теплоизлучающих телах с использованием S-функций: *Доповіді Національної академії наук України. Математика, природознавство, технічні науки*. 2015. № 5. С. 71–76.

Особистий внесок – участь у формулюванні крайових умов задачі, проведенні обчислювального експерименту.

4. Слесаренко А. П., Дем'янченко О. П., Ляшенко В. П., Кобильська О. Б. Чисельно-аналітичний метод у математичних моделях високотемпературних процесів: *Вестник Херсонского национального технического университета*. Херсон, 2015. Вып. 3(54). С. 467–471.

Особистий внесок – участь у побудові різницевої схеми крайової задачі.

5. Demyanchenko O. Heat exchange model in the spherical area. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2016. Вип. 6(101), Ч. 1. С. 46–52. (Index Copernicus).

6. Ляшенко В. П., Козир А. Е., Дем'янченко О. П. Математична модель зі складними умовами теплообміну у сферичній області. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2017. Вип. 5(106). С. 21–27. (Index Copernicus).

Особистий внесок – участь в обговоренні методу розв'язку та розв'язок інтегрального рівняння.

7. Ляшенко В. П., Кобильська О. Б., Дем'янченко О. П. Математичні моделі теплообміну з умовами імпедансного типу у багаточислових областях. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2017. Вип. 6(107), Ч. 1. С. 37–43. (Index Copernicus).

Особистий внесок: участь в отриманні умов спряження імпедансного типу у математичній моделі теплообміну двошарового валка прокатного стану.

8. Ляшенко В. П., Дем'янченко О. П. Математична модель температурного поля валків під час прокатки стрічки. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. Вип. 3(66), Т.1. С. 91–97.

Особистий внесок: участь у постановці математичної моделі, формулюванні крайових умов задачі.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

9. Березовський А. А., Дем'янченко О. П. Періодична задача складного теплообміну // Сучасні проблеми математики : матеріали Міжнародної наукової конференції, 1998, Чернівці. Ч.1. Київ, 1998. С. 41–44.

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

10. Дем'янченко О. П. Численно-аналитическое моделирование тепловых процессов с помощью идентификации степени черноты поверхности тела // Методи дискретних особливостей в задачах математичної фізики (МДОЗМФ-2015) : труди XVII Міжнародного симпозіуму, 8–13 червня 2015 р., Харків–Суми, 2015. С. 87–89.

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

11. Demyanchenko O., Lyashenko V. Modeling of Thermal Processes in Spherical Area // Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences : Proceedings of 8th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences : AMiTaNS'16, 22-27 June 2016, Albena, Bulgaria, 2016. P. 040004-1–040004-8. (Scopus).

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

12. Дем'янченко О. П., Ляшенко В. П. Математическая модель температурного поля в сферической области // Математичне моделювання та математична фізика : матеріали Всеукраїнської наукової конференції, присвяченої 215-й річниці з дня народження Михайла Васильовича Остроградського, 3–5 жовтня 2016 р., Кременчук, 2016. С. 64–65.

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

13. Ляшенко В. П., Бриль Т. С., Дем'янченко О. П., Кобильська О. Б. Метод інтегральних рівнянь у задачах теплообміну // Методы дискретных особенностей в задачах математической физики (МДОЗМФ) : труди XVIII Международного симпозиума, 26–28 июня 2017 г., Харьков–Херсон, 2017. С. 59–62.

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

14. Ляшенко В. П., Кобильська О. Б., Бриль Т. С., Дем'янченко О. П. Нелінійні інтегральні рівняння у математичних моделях теплообміну рухомого осесиметричного середовища // Матеріали XVIII Міжнародної конференції з математичного моделювання, присвяченої 100-річчю з дня народження академіка Ю. О. Митропольського (МКММ–2017), 18–22 вересня 2017 р., Херсон, 2017. С. 24–25.

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

15. Ляшенко В. П., Кобильська О. Б., Дем'янченко О. П. Математичні моделі теплообміну з умовами імпедансного типу у багат шарових областях // Сучасні проблеми математичного моделювання, обчислювальних методів та інформаційних технологій : матеріали Міжнародної наукової конференції, 2–4 березня 2018 р., Рівне, 2018. С. 65–66.

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

16. Дем'янченко О. П. Математична модель теплообміну у двошарових валкових калібрах прокатних станів // Комп'ютерне моделювання в наукоємних

технологіях (КМНТ-2018) : праці Міжнародної науково-технічної конференції, Харків, 22–25 травня 2018 р. Харків, 2018. С. 94–95.

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

17. Ляшенко В. П., Дем'янченко О. П. Моделювання процесу теплообміну у валковому кристалізаторі // Матеріали XIX Міжнародної конференції з математичного моделювання МКММ-2018, присвячена 250-річчю з дня народження Жана Батиста Жозефа Фур'є, 17–21 вересня 2018 р., Херсон, 2018. С. 20.

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

18. Дем'янченко О. П. Математична модель температурного поля валків у валковому кристалізаторі // Математичне моделювання та математична фізика : матеріали Всеукраїнської наукової конференції, 4–6 жовтня 2018 р., Кременчук, 2018. С. 39–40.

Форма участі: очна, доповідь на конференції.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

19. Березовская Л. М., Дем'янченко О. П. Периодическая задача теплопроводности для цилиндра с термическим покрытием // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения: сб. науч. трудов. Киев : Ин-т математики НАН Украины, 1998. С. 17–20.

Особистий внесок: отримала умови спряження імпедансного типу у математичній моделі теплообміну циліндра та отримала функції Гріна і розв'язала інтегральне рівняння.

20. Дем'янченко О. П., Слесаренко А. П., Сафонов Н. А. Математическое моделирование тепловых процессов в теплоизлучающих цилиндрах на базе метода встречных функционалов. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2015. Вип. 26. С. 76–85.

Особистий внесок: участь у формулюванні крайових умов задачі, проведення обчислюваного експерименту.

АНОТАЦІЯ

Дем'янченко О. П. Математичні моделі складного теплообміну у металургії. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського Міністерства освіти і науки України; Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України. – Харків, 2020.

Дисертація стосується розробки нових та удосконалення існуючих математичних моделей теплових процесів у металургії, зокрема температурних розподілів одно та двошарових валків прокатних станів та валкових кристалізаторів, нелінійних початково крайових задач, що виникають у цих

моделях і обчислювальних методів їх розв'язку. У дисертації розглядаються нові та удосконалені математичні моделі температурних розподілів на поверхні та у тілі одношарових, двошарових та тришарових валків прокатних станів під час прокатки стрічки та профілів та у валкових кристалізаторах. Сформульовані нові крайові умови теплообміну з використанням умови теплового балансу одного із шарів на границі шарів з різними теплофізичними характеристиками у вигляді крайової умови імпедансного типу. Проведені чисельні експерименти та побудовані графіки температурних розподілів поверхні валків прокатного стану та температурних розподілів виробів, що мають складну геометричну форму.

Ключові слова: математична модель, крайова задача, чисельні методи, різницеві схеми, квадратурні формули, температурне поле, складні області та умови теплообміну, граничні умови спряження імпедансного типу, прокатка, валки прокатних станів.

АННОТАЦИЯ

Демьянченко О. П. Математические модели сложного теплообмена в металлургии. – Квалификационная научная работа на правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского Министерства образования и науки Украины; Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина Министерства образования и науки Украины. – Харьков, 2020.

Диссертация касается разработки новых и развития существующих математических моделей тепловых процессов в металлургии, в частности, температурных распределений одно- и двухслойных валков прокатных станов и валковых кристаллизаторов, нелинейных начально-краевых задач, возникающих в этих моделях и численных методов их решения. В диссертации рассматриваются новые и усовершенствованные математические модели температурных распределений на поверхности и в теле однослойных, двухслойных и трехслойных валков при прокатке листа и профилей на прокатных станах и в валковых кристаллизаторах. Сформулированы новые краевые условия теплообмена с использованием условия теплового баланса одного из слоев на границе слоев с различными теплофизическими характеристиками в виде краевого условия импедансного типа. Проведенные многочисленные эксперименты и построены графики температурных распределений поверхности валков прокатного стана и температурных распределений изделий, имеющих сложную геометрическую форму.

Ключевые слова: математическая модель, краевая задача, численные методы, разностные схемы, квадратурные формулы, температурное поле, сложные области и условия теплообмена, граничные условия сопряжения импедансного типа, прокатка, валки прокатных станов.

ABSTRACT

Olha P. Demyanchenko. Mathematical models of complex heat exchange in metallurgy. – Qualification scientific paper, manuscript.

Thesis for a Candidate Degree in Technical Science, Speciality 01.05.02 – Mathematical Modeling and Computational Methods. – Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University of the Ministry of Education and Science of Ukraine; V. N. Karazin Kharkiv National University of the Ministry of Education and Science of Ukraine. – Kharkiv, 2020.

The dissertation deals with the development of new and development of existing mathematical models of thermal processes in metallurgy, in particular the temperature distributions of single and double layer rolls of rolling mills and roll crystallizers, nonlinear initial boundary value problems arising in these models, and computational methods for solving them. Mathematical modeling of rolling processes and profiles is essential for remote contactless temperature control, process design and equipment design. Despite considerable research in this area, there is currently no single approach to constructing mathematical models of temperature distributions in such a complex system as single and double-layer rolling mill rolls and roll molds rotating around its axis and a belt or other product that are processed during rolling.

The dissertation deals with new and improved mathematical models of temperature distributions on the surface and in the body of single - layer, double - layer and three - layer rolls during rolling of the tape and profiles on rolling mills and in roll molds. The mathematical models of temperature distributions on the surface of the rolls of rolling mills with different conditions of heat exchange of the surface with the environment, which depend on the rollback of the roll around its axis, are considered. This has led to the development of new and improved existing numerical-analytical algorithms for solving problems.

In the dissertation the mathematical model of temperature field of two- and three-layer rolls of cylindrical shape and spheres is improved, which takes into account the conditions of heat exchange at the boundary of layers with different thermophysical properties, and depends on the angle of rotation of the roll around its axis. For such a system, using the condition of thermal balance of one of the layers for two-layer cylinders and spheres, the impedance-type coupling conditions obtained at the boundary of the layers are obtained. These conditions formed the basis of boundary-value problems, which made it possible to improve the accuracy of the temperature distributions of the roll surfaces of the rolling mills. The model of heat exchange of a two-layer anisotropic ball with complex conditions of heat exchange on its surface is considered.

The mathematical model of the high-temperature process of obtaining profiles of complex geometric shape is considered as a nonlinear initial-boundary value problem for a non-stationary equation of thermal conductivity in a non-canonical geometric point of view of the region. The numerical-analytical method of solving this boundary-value problem has been improved. The non-stationary Rothe problem reduces to a set of boundary-value problems for linearized difference equations for the heat conduction equation, which, in turn, are reduced to a system of algebraic equations by the Galorkin

equation. The proposed method and solution algorithm can be applied in the study of temperature distributions in complex, geometrically, rolling mill rolls. A sequence of mathematical models of a high-temperature thermal process was constructed, which allowed the solution of a nonlinear boundary-value problem of a radiating body to be solved to solve a sequence of variational problems for counter-functionals. The solution of variational problems for counter-functionals allowed to organize an iterative process with two-way convergence to the exact solution of the problem. The tasks are solved and the two-way convergence of the iterative process to the exact solution is shown.

Numerical experiments and graphs of the temperature distributions of the surface of the rolling mill rolls and the temperature distributions of products having a complex geometric shape have been performed. The results of the work were introduced into the educational process of the Kremenchuk Mykhailo Ostrogradsky National University and the Azov maritime institute of National university “Odessa maritime academy” and the practice of designing technological processes and equipment at and metallurgical enterprises of Ukraine.

The topic of work relates to the most important fundamental problems of physical, mathematical and technical sciences. The theoretical positions obtained in the process of research can be used in the future both in an in-depth study of the theory of mathematical models, difference methods, and in practical activity in the construction of control systems for the processes of rolling sheet and profiles on rolling mills and in roll crystallizers.

Keywords: mathematical model, boundary value problem, numerical methods, difference schemes, quadrature formulas, temperature field, complex regions and conditions of heat exchange, boundary conditions of impedance-type coupling, rolling, rolling mills.

ДЕМ'ЯНЧЕНКО ОЛЬГА ПАНТЕЛІЇВНА

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СКЛАДНОГО ТЕПЛООБМІНУ
У МЕТАЛУРГІЇ**

(Автореферат)

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Тираж 100 прим

Підписано до друку 12.02.2020.