

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Приймак Олексій Вікторович

УДК 519.6

ДИСЕРТАЦІЯ
МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ОБЧИСЛЕННЯ ПРОЦЕСІВ
ЗБУДЖЕННЯ ТА СТІЙКОСТІ ІНТЕНСИВНИХ ХВИЛЬ В ПРИЛАДАХ
ПЛАЗМОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

Спеціальність 01.05.02 – «Математичне моделювання та обчислювальні
методи»

(Технічні науки)

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

 О. В. Приймак

Науковий керівник: Куклін Володимир Михайлович, доктор фізико-
математичних наук, професор

Цієї примірника дисертації ідентично за змістом
Ученний секретар СВР Д 64.051.09  Толстоузка О.І.

Харків – 2019

АНОТАЦІЯ

Приймак О. В. Математичні моделі та методи обчислення процесів збудження та стійкості інтенсивних хвиль в приладах плазмової електроніки. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи (технічні науки). – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, Харків, 2019.

Дисертація присвячена розробці та розвитку математичних моделей і обчислювальних методів процесів збудження та стійкості інтенсивних хвиль в приладах плазмової електроніки. У сучасних умовах виникає потреба в створенні все більш потужних генераторів і підсилювачів надвисокочастотних коливань. Коливання в них порушуються пучками електронів і у випадку використання плазми в об'ємі цих пристроїв, вони відносяться до пристроїв плазмової електроніки – пучково-плазмових генераторів і підсилювачів. На відміну від вакуумних систем, використання плазми надає можливості змінювати частоту випромінювання в широкому діапазоні, створювати більш компактні пристрої, розганяти пучки до великих енергій на малих дистанціях, транспортувати пучки високої щільності і з великим струмом. Однак створення пристроїв плазмової електроніки пов'язано зі значними проблемами, наприклад, зі складністю вибору робочої точки та визначення ефективності виведення коливань в багатомодовому режимі, з забезпеченням стабільності випромінювання коливань, з наявністю шумів і т.д.

Крім того, при інжекції пучків електронів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми розвивається модуляційна нестійкість збудженої хвилі, що призводить до розширення спектру хвилі, до її амплітудної та фазової модуляції, а також до активної передачі енергії частинкам плазми. Це в кінцевому підсумку підвищує енергію частинок

плазми, перш за все іонів. Тому важливо з'ясувати, чи є в умовах розвитку нестійкості розподіл іонів плазми за швидкостями нормальним розподілом, тобто коли можна говорити про температуру іонів, і якою є частка енергії швидких іонів, тому що їх наявність зрушує робочу точку пристроїв.

При цьому вивчення фізичних процесів на реальних установках ускладнено високою вартістю проведення експериментів та складністю вимірювання їх результатів. Альтернативою є використання імітаційних установок або математичного і чисельного моделювання. Тому все більш актуальним стає створення нових та удосконалення відомих моделей та обчислювальних методів процесів збудження та модуляційних нестійкостей хвиль в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми. Однак досягти у моделях реальної кількості частинок і мод поки неможливо, що вимагає розвитку різних наближених методів.

Для подолання цих недоліків в дисертації використано гібридний метод опису плазми, який об'єднує високу точність опису іонів плазми (опис іонів частинками) і мод спектру, а також наближений опис електронів плазми методами квазігідродинаміки. Використано велику кількість іонів разом зі зниженням розмірності задачі та застосуванням програмно-апаратної технології паралельних обчислень CUDA (Computer Unified Device Architecture), що дозволило не тільки якісно, але й кількісно описати еволюцію функції розподілу іонів плазми та розглянути багатомодовий режим генерації електронним пучком коливань в плазмі. При цьому необхідна відповідність реальним процесам при моделюванні забезпечена коректністю моделей, перевіркою закону збереження енергії, обґрунтуванням значень обраних параметрів, аналізом характеристик процесів.

Отже, тема дисертації має важливе наукове й практичне значення і спрямована на вирішення актуального наукового завдання, яке полягає у вдосконаленні методів математичного і чисельного моделювання для вибору умов підвищення ефективності генерації коливань і нагрівання іонів плазми в пристроях плазмової електроніки (в пучково-плазмових генераторах і

підсилювачах) і в установках пучкового нагрівання плазми.

Основна мета дисертаційного дослідження – підвищення ефективності процесів вибору раціональних параметрів функціонування пучково-плазмових генераторів і підсилювачів випромінювання, а також визначення умов та ступеня нагріву іонів для прогнозування впливу на стінки приладів шляхом вдосконалення математичних моделей і методів обчислення розглянутих фізичних процесів.

Об'єктом дослідження є процеси збудження і поглинання коливань в пучково-плазмових генераторах і в пристроях пучкового нагрівання плазми. Предметом дослідження є математичні моделі та обчислювальні методи процесів збудження електронними пучками коливань інтенсивних хвиль й процесів модуляційних нестійкостей інтенсивних хвиль в приладах плазмової електроніки. Теоретичною основою роботи є принципи і методи математичного моделювання плазми, пучково-плазмової взаємодії та модуляційної нестійкості плазмових коливань, обчислювальної математики, рішення диференціальних рівнянь, паралельного програмування.

В ході роботи на основі результатів моделювання були визначені початкові умови математичних моделей, за яких була підвищена точність чисельних експериментів з вибору раціональних параметрів пучково-плазмових генераторів та з визначення умов нагріву іонів. Такими початковими умовами є раніше не наведені в літературі достатні для точного опису плазми гібридним методом в одновимірному випадку кількість іонів та мод спектру, часові кроки чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь. За обраним критерієм кількість іонів збільшувалася, а часовий крок зменшувався доки подальша їх зміна не призводила до зміни розподілу іонів більше, ніж на 1%.

Показана коректність, існування і єдність розв'язку математичних моделей, стійкість систем рівнянь при зміні вхідних даних, збіжність послідовності рішень до точного рішення за допомогою правила Рунге, виконання закону збереження енергії в моделях за визначених початкових умов в різних режимах: для випадків гарячої і холодної плазми, важких і легких іонів, високого і

низького рівня відбору енергії електронного пучка, сильно- і слаборелятивістських пучків. Визначено, що при обраному числі іонів дебаєвський радіус екранування можна не враховувати в моделях.

Уперше побудовані алгоритмічні моделі процесів модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та взаємодії пучка електронів з плазмовими коливаннями, які на відміну від існуючих використовують переваги застосування технології CUDA для прискорення процесу моделювання за рахунок паралельного обчислення систем інтегро-диференціальних рівнянь з використанням чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь (явного методу Ейлера і явного методу Рунге-Кутти 4 порядку точності). Алгоритмічні моделі включають початкові умови математичної моделі, чисельний метод розв'язання диференціальних рівнянь, сорти диференціальних рівнянь, змінні для зберігання обрахованих значень приросту функцій за час Δt , кількість рівнянь та параметри розпаралелювання, параметри застосування оптимізації паралельних обчислень через об'єднання сіток потоків в більші сітки, порядок обчислення рівнянь, часові параметри експерименту. Процес моделювання вдалося прискорити від декількох до декількох десятків разів в порівнянні з обчисленнями на центральних процесорах такої ж вартості та енергоспоживання в залежності від обраних початкових умов і в залежності від застосування способів оптимізації обчислень.

Удосконалено обчислювальний метод неперервної оцінки температури іонів за рахунок розробки та застосування методу обчислення енергії швидких іонів, а також за рахунок використання методу пошуку такого нормального розподілу, який є максимально близьким до розрахованого розподілу іонів за швидкостями. Це дозволило показати, що в гарячій плазмі енергія швидких іонів становить 10-14% їх повної енергії, а в холодній плазмі – 19-25%, що важливо для прогнозування впливу плазми на стінки приладів.

На основі результатів моделювання для цілей підвищення технічних характеристик пучково-плазмових генераторів в багатомодовому режимі знайдені параметри виведення і оцінено вплив поглинання енергії коливань в

плазмовому об'ємі. В результаті чисельних експериментів визначено параметри пучково-плазмового генератора, які забезпечать найкращий відбір енергії у частинок електронного пучка. Розраховано, що при відносному рівні виведення енергії $\Theta = 0.5 \div 0.7$ швидкість відбору енергії у пучка найбільша.

Уперше розроблена системна модель, яка на відміну від існуючих поєднує гібридну модель модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми та модель взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями з використанням імітації взаємного впливу моделей, спираючись на закони збереження енергії. Системна модель дозволяє в подальшому будувати нові розвинуті моделі подібних процесів за рахунок підбору параметрів в умовах виконання законів збереження енергії. Методом послідовного аналізу варіантів визначена відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню релятивістського фактора, що дозволяє уточнити значення параметрів пучково-плазмового генератора з метою покращення його технічних характеристик.

Практичне значення дисертації полягає у впровадженні її результатів у Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» в Науково-виробничому комплексі «Відновлювані джерела енергії та ресурсозберігаючі технології» в дослідженнях нелінійних хвильових процесів і взаємодій «хвиля-частка» в періодичних хвилеводних структурах пристроїв плазмової електроніки і надвисокочастотної техніки. Це дозволило уточнити значення параметрів пучково-плазмового генератора з метою покращення його технічних характеристик, а саме підібрати узгодження режиму роботи генератора і системи відбору високочастотної енергії.

Ключові слова: математичне моделювання, прилади плазмової електроніки, гібридні моделі модуляційної нестійкості, модель пучкової нестійкості, паралельні обчислення.

ABSTRACT

Oleksii V. Pryimak. The mathematical models and methods of computation of excitation and stability of the intense waves in plasma electronics devices. –

Qualification scientific paper, manuscript.

Thesis for a Candidate Degree in technical sciences: Speciality 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods (technical sciences). – V. N. Karazin Kharkiv National University, the Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2019.

This dissertation focuses on development of mathematical models and computational methods of excitation processes and modulation instabilities of the intense wave field in plasma electronics devices. In modern conditions, there is a need to create more powerful generators and amplifiers of ultrahigh-frequency oscillations. Fluctuations in them are broken by electron beams and in the case of the use of plasma in the volume of these devices, they relate to devices of plasma electronics – beam-plasma generators and amplifiers. Unlike vacuum systems, the use of plasma makes it possible to change the frequency of radiation in a wide range, to create more compact devices, to accelerate beams to high energies at small distances, to transport bunches of high density and high current. However, the creation of plasma electronics devices is associated with significant problems, for example, with the difficulty of choosing an operating mode and determining the efficiency of oscillation output in a multimode mode, ensuring stability of oscillation radiation, with the presence of noise, etc.

In addition, when electron beams are injected into plasma electronics and plasma beam heating devices, the modulation instability of the excited wave is developed and leads to the excitation of the wave spectrum, to its amplitude and phase modulation, as well as to the active transfer of energy to plasma particles. This ultimately raises the energy of plasma particles, especially ions. Therefore, it is important to find out under the conditions of instability development, the distribution of plasma ions comparison with the normal distribution, that helps calculate the rate

of fast ions energy, because their presence shifts the operating mode of devices.

The study of physical processes on real installations is complicated by the high cost of conducting experiments and the complexity of measuring their results. An alternative is to use simulation devices or mathematical and numerical simulations. Therefore, the creation of new and improvement of known models and computational methods of excitation processes and modulation instabilities of waves in plasma electronics and plasma beam heating devices is more and more relevant. However, reaching the real number of particles and spectrum modes in models is still impossible, which requires the development of various approximate methods.

To overcome these disadvantages, a hybrid method for describing a plasma was used in the dissertation, which combines the high accuracy of the plasma ions (description of ions by particles) and the spectrum modes, as well as an approximate description of plasma electrons by quasi-hydrodynamics methods. A large number of ions have been used together with the reduction of the dimension of the problem and the application of parallel computing technology CUDA (Compute Unified Device Architecture), which allowed not only qualitatively but quantitatively describe the evolution of the plasma ion distribution function and consider the multimode mode of generation by an electron beam of plasma oscillations. At the same time, the simulations conformity with real processes is ensured by models correctness, verification of the law of energy conservation, justification of the parameters values, analysis of the processes characteristics.

Thus, the topic of the dissertation is of great scientific and practical importance and is aimed at solving the actual scientific problem, which consists in improving the methods of mathematical and numerical simulation for choosing the conditions for increasing the efficiency of oscillations generation and plasma ions heating in plasma electronics devices (in beam-plasma generators and amplifiers) and in plasma beam heating devices.

The main objective of the dissertation research is to increase the efficiency of the processes of rational parameters selection of beam-plasma generators and amplifiers, as well as to determine the conditions and degree of ion heating to predict

the effect on the considered devices by improving mathematical models and calculating methods of the considered physical processes.

The object of the study is the processes of excitation and absorption of oscillations in beam-plasma generators and plasma beam heating devices. The subject of the study is mathematical models and computational methods of intense waves excitation processes by electron beams and processes of intense waves modulation instabilities in plasma electronics devices. The theoretical basis of work is the principles and methods of mathematical modeling of plasma, beam-plasma interaction and modulation instability of plasma oscillations, computational mathematics, solution of differential equations, parallel programming.

In the course of work, based on the modeling results, the initial conditions of mathematical models were determined, under which the accuracy of numerical experiments on the choice of rational parameters of beam-plasma generators and the conditions determination for ion heating was increased. Such initial conditions are not previously given in the literature for the accurate description of the plasma by the hybrid method in the one-dimensional case. This is the number of ions and spectrum modes, the time steps of numerical methods for solving differential equations. By the chosen criterion, the number of ions increased, and the time step was reduced until the subsequent change of them did not lead to a change the distribution of ions by more than 1%.

The correctness, existence and unity of the mathematical models solution, the stability of equations systems under the input data change, the convergence of the solutions sequence to the exact solution by Runge's rule, and the conservation law of energy in models under certain initial conditions in different modes are shown: for cases of hot and cold plasma, heavy and light ions, high and low level of electron beam energy selection, strong and weakly relativistic beams. It is determined that in the chosen number of ions, the Debye radius can not be taken into account in models.

Algorithmic models of the processes of modulation instability of the excited field in plasma and the interaction of an electrons beam with plasma oscillations are constructed for the first time, which, in contrast to existing ones, take advantage of

the CUDA technology use to accelerate the simulation process through the parallel computation of the systems of integro-differential equations using numerical methods for solving differential equations (explicit Euler method and explicit Runge-Kutta method of 4th order of accuracy). Algorithmic models include the initial conditions of a mathematical model, numerical method for differential equations solving, varieties of differential equations, variables for storing the calculated values of the growth of functions over time, the number of equations and parallelization parameters, the parameters for optimizing parallel computations through the integration of threads grids into the larger grids, the order of equations calculating, the time parameters of the experiment. The simulation process has been accelerated from several to several dozen times compared to CPUs of the same cost and power consumption, depending on the selected initial conditions and computations methods optimization.

The computational method for continuous estimation of ion temperature has been improved by developing and applying a method for calculating the energy of fast ions, as well as by using the method of searching for such a normal distribution, which is as close as possible to the calculated ion speed distribution. This allowed to show that in a hot plasma the energy of fast ions is 10-14% of their total energy, and in the cold plasma – 19-25%, which is important for predicting the plasma's impact on the considered devices.

Based on the simulation results for the purpose of increasing the technical characteristics of beam-plasma generators in the multimode mode, the output parameters were found and the effect of absorption of the oscillation energy in the plasma volume was estimated. As a result of numerical experiments, parameters of a beam-plasma generator are determined, which will provide the best selection of energy from electron beam particles. It is calculated that at the relative level of energy output 0.5-0.7, the rate of energy selection from the beam is greatest.

For the first time, a system model was developed that unlike the existing ones combines the hybrid model of the modulation instability of the excited field for cold plasma and the model of the interaction between an electron beam with plasma

oscillations using the imitation of the models interaction based on the energy conservation laws. The system model allows to further develop new advanced models of such processes by selecting parameters in the terms of implementing energy conservation laws. An experimental study of the efficiency of the proposed approach with the choice of rational parameters of a beam-plasma generator was carried out with the aid of a system model.

The method of sequential analysis of variants has determined in the system model the correspondence of the absorption level of the electron beam to the value of relativistic factor, which allows to specify the values of the parameters of the beam-plasma generator in order to improve its technical characteristics.

The practical significance of the dissertation is its results implementation at the National Science Center "Kharkiv Physical and Technical Institute" in the Research and Production Complex "Renewable Energy Sources and Resource Saving Technologies" in the studies of nonlinear wave processes and "wave-particle" interactions in periodic waveguide structures of plasma electronics devices and ultrahigh-frequency equipment. This made it possible to clarify the values of the parameters of a beam-plasma generator in order to improve its technical characteristics, namely, to reconcile the operating mode of the generator and the system of high-frequency energy selection.

Key words: mathematical modeling, plasma electronics devices, hybrid models of modulation instability, model of beam-plasma instability, parallel computing.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

У наукових фахових виданнях України:

1. Приймак А. В. Анализ гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2013. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 23 (№ 1089). – С. 145–162.

2. Приймак А. В. Оптимизация вычислений на CUDA при моделировании неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». – Київ : Век+. – 2013. – Інформатика, управління та обчислювальна техніка: Зб. наук. пр., № 58. – С. 125–130.

3. Dynamics of ions during development of parametric instability of langmuir waves / V. M. Kuklin, A. V. Pryjmak, A. G. Zagorodny [et al.] // Problems of Atomic Science and Technology. – 2013. – Series : Plasma Electronics and New Methods of Acceleration, issue 8, N 4 (86). – P. 260–266. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання показана подібність процесів, описаних моделями модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної і гарячої плазми).

4. Приймак А. В. Имитационное моделирование системы «электронный пучок – модуляционно неустойчивые плазменные колебания» / А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2015. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 27. – С. 137 – 149.

5. Ion kinetics and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // Problems of Atomic Science and Technology. – 2015. – Series : Plasma Electronics and New Methods of Acceleration, issue 9, N 4 (98). – P. 258–263. (Особистий внесок здобувача: перевірено виконання

закону збереження енергії в математичних моделях холодної і гарячої плазми). (*«Scopus»*).

6. Приймак А. В. Анализ модели системы «релятивистский электронный пучок-плазма» / В. М. Куклин, А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2015. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 26 (№ 1156). – С. 115–128. (Особистий внесок здобувача: визначені початкові умови математичної моделі взаємодії електронного пучка з плазмовими коливаннями).

У виданнях іноземних держав:

7. Особенности нагрева ионов при развитии неустойчивости интенсивных ленгмюровских колебаний в плазме / А. Г. Загородний, А. В. Киричок, В. М. Куклин, А. В. Приймак // Физические основы приборостроения. – 2014. – Т. 3, № 1. – С. 58–69. – Режим доступа: http://physbi.ru/archive_issues/32-fizicheskie-osnovy-priborostroeniya-2014-t3-1.html. (Особистий внесок здобувача: удосконалено обчислювальний метод оцінки температури іонів в пристроях плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми). (*«РИНЦ»*).

8. Ion heating, burnout of the high-frequency field, and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. G. Zagorodny, A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak // Physics of Plasmas. – 2015. – № 22, 092118. – 8 p. – Режим доступа: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/22/9/10.1063/1.4931058>. (Особистий внесок здобувача: враховано вплив дебаєвського радіусу екранування в математичних моделях модуляційної нестійкості збуджуваного поля). (*«Scopus»*).

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

9. Приймак А. В. Использование технологии JCUDA для моделирования динамики ионов при развитии параметрической неустойчивости

ленгмюровских волн / А. В. Приймак // Информатика і комп'ютерні технології : збірник праць IX міжнародної науково-технічної конференції студентів, аспірантів і молодих вчених, 5-6 листопада 2013 р., Донецьк. – Донецьк, 2013. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM). – С. 200–204.

10. Приймак А. В. Разработка программного обеспечения для гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Проблеми і перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД : матеріали XVII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, 29-30 листопада 2013 р., Переяслав-Хмельницький. – Переяслав-Хмельницький, 2013. – С. 155–159. – Режим доступу: <http://oldconf.neasmo.org.ua/node/2878>.

11. Приймак А. В. Применение способов оптимизации вычислений на графических процессорах на примере моделирования плазмы / А. В. Приймак // Матеріали 68-ї науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, науковців, аспірантів та студентів, 4-6 грудня 2013 р., Одеса. – Одеса, 2013. – Частина III, с. 77–80.

12. Приймак А. В. Оптимизация вычислений на CUDA путем объединения сеток потоков в моделях взаимодействия пучка и плазмы / А. В. Приймак // Проблеми і перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД : матеріали XIII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, 29-30 квітня 2015 р., Переяслав-Хмельницький. – Переяслав-Хмельницький, 2015. – С. 326–329. – Режим доступу: <http://conferences.neasmo.org.ua/uk/conf/16/cat/13>.

13. Приймак А. В. Моделирование многомодового режима взаимодействия электронного пучка с плазменными колебаниями / А. В. Приймак // Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем : тези доповідей на Всеукраїнській науково-практичній конференції молодих вчених та студентів, 25-27 листопада 2015 р., Дніпро. – Дніпро, 2015. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM). – С. 208–210.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

14. Pryjmak A. V. Comparative kinetics of ions for different modes of parametric instability of intense Langmuir waves in plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryjmak // East European Journal of Physics. – Karazin Kharkiv National University, Publisher. – 2014. – Vol. 1, Number 1. – P. 30–36. – Режим доступу: http://eejp.univer.kharkov.ua/Biblio/2014/EEJP_1_1/11p30-36.pdf.

(Особистий внесок здобувача: знайдені початкові умови математичних моделей, достатні для точного опису плазми гібридним методом).

15. Modulation of integral field of multimode beam instabilities in plasma / A. G. Zagorodny, A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak // East European Journal of Physics. – Karazin Kharkiv National University, Publisher. – 2014. – Vol. 1, N 2. – P. 53–66. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання знайдені параметри ефективної генерації НВЧ коливань в пристроях плазмової електроніки).

16. Kinetics of ions during the development of parametric instability of intensive Langmuir waves in plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // arXiv preprint. – 2014. – arXiv:1411.3011v2. – 20 p. – Режим доступу: <http://arxiv.org/abs/1411.3011>. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання знайдені параметри нагріву іонів в пристроях плазмової електроніки).

17. Ion heating, burnout of the HF field and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // arXiv preprint. – 2015. – arXiv:1504.04769v1. – 18 p. – Режим доступу: <http://arxiv.org/abs/1504.04769>. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання знайдені параметри генерації іонно-звукових хвиль в пристроях плазмової електроніки).

ЗМІСТ

ВСТУП	19
РОЗДІЛ 1 Огляд математичних описів модуляційних і пучкових нестійкостей в плазмі	26
1.1 Моделі дрібномасштабної модуляції інтенсивних ленгмюрівських хвиль в плазмі	26
1.1.1 Гібридна модель модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в холодній плазмі	30
1.1.2 Гібридна модель модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в гарячій плазмі	33
1.2 Модуляція щільності пучка заряджених частинок, що поширюється в плазмі.....	34
1.2.1 Опис процесу взаємодії пучка електронів з плазмою	37
Висновки до розділу 1.....	40
РОЗДІЛ 2 Моделювання модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання».....	42
2.1 Гібридні моделі модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в холодній та гарячій плазмі.....	42
2.1.1 Вибір початкових умов.....	46
2.1.2 Коректність математичних моделей.....	47
2.1.3 Вплив початкових умов на розподіл іонів.....	49
2.1.4 Вплив кількості моделюючих частинок.....	51
2.1.5 Врахування дебаєвського радіусу екранування в моделях.....	53
2.1.6 Збереження енергії в системі.....	54
2.1.7 Визначення подібності процесів нестійкості на основі результатів моделювання у випадках холодної і гарячої плазми.....	55
2.1.8 Визначення іонно-звукових коливань на основі результатів	

моделювання.....	58
2.2 Модель системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання».....	60
2.2.1 Вибір початкових умов.....	62
2.2.2 Коректність математичної моделі.....	63
2.2.3 Збереження енергії в системі.....	65
2.2.4 Визначення півширини спектру коливань.....	66
2.2.5 Характеристики спектру коливань у різних режимах	67
2.2.6 Визначення частинок, захоплених пакетом хвиль.....	71
Висновки до розділу 2.....	73
РОЗДІЛ 3 Алгоритмічні моделі процесів модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та взаємодії пучка електронів з плазмовими коливаннями.....	74
3.1 Постановка завдання.....	74
3.2 Розпаралелювання обчислень на рівні даних з урахуванням особливостей задачі Коші.....	77
3.3 Чисельне рішення систем рівнянь гібридних моделей для холодної і гарячої плазми з використанням явного методу Ейлера.....	81
3.4 Чисельне рішення систем рівнянь гібридних моделей для холодної і гарячої плазми з використанням явного методу Рунге-Кутти.....	84
3.5 Чисельне рішення систем рівнянь моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання».....	85
3.6 Жорсткість систем рівнянь.....	87
Висновки до розділу 3.....	88
РОЗДІЛ 4 Обчислювальний метод оцінки температури іонів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми.....	90
4.1 Постановка завдання.....	90
4.2 Побудова нормального розподілу для розподілу іонів за швидкостями.....	91
4.3 Результати побудови нормальних розподілів.....	93

4.4 Визначення частки енергії швидких іонів.....	97
4.5 Вплив рівня поглинання енергії поля на нагрів іонів.....	99
Висновки до розділу 4.....	101
РОЗДІЛ 5 Системна модель процесу взаємодії пучка електронів та модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі.....	103
5.1 Постановка завдання.....	103
5.2 Підбір значення поглинання, при якому виконується збереження енергії в системі.....	108
5.3 Використання моделі для узгодження параметрів пучково-плазмовеого генератора і системи виведення високочастотної енергії.....	112
Висновки до розділу 5.....	114
ВИСНОВКИ.....	116
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	119
ДОДАТКИ.....	131
ДОДАТОК А Документи, що підтверджують впровадження результатів дисертаційної роботи.....	132
ДОДАТОК Б Список опублікованих праць за темою дисертації.....	134

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. У сучасних умовах виникає потреба в створенні все більш потужних генераторів і підсилювачів надвисокочастотних (НВЧ) коливань. Коливання в них порушуються пучками електронів і у випадку використання плазми в об'ємі цих пристроїв, вони відносяться до пристроїв плазмової електроніки – пучково-плазмових генераторів і підсилювачів. На відміну від вакуумних систем, використання плазми надає можливості змінювати частоту випромінювання в широкому діапазоні, створювати більш компактні пристрої, розганяти пучки до великих енергій на малих дистанціях, транспортувати пучки високої щільності і з великим струмом. Однак створення пристроїв плазмової електроніки пов'язано зі значними проблемами, наприклад, зі складністю вибору робочої точки та визначення ефективності виведення коливань, з забезпеченням стабільності випромінювання коливань, з наявністю шумів і т.д.

Крім того, при інжекції пучків електронів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми розвивається модуляційна нестійкість збудженої хвилі, що призводить до розширення спектру хвилі, а також до передачі енергії частинкам плазми. Тому важливо з'ясувати, перш за все для іонів плазми, чи є в умовах розвитку нестійкості їх розподіл за швидкостями нормальним і якою є частка енергії швидких іонів, тому що їх наявність зрушує робочу точку пристроїв.

При цьому вивчення фізичних процесів на реальних установках ускладнено високою вартістю проведення експериментів та складністю вимірювання їх результатів. Альтернативою є використання імітаційних установок або математичного і чисельного моделювання. Тому все більш актуальним стає створення нових та удосконалення відомих моделей та обчислювальних методів процесів збудження та модуляційних нестійкостей інтенсивних хвиль. Ці проблеми досліджуються та вирішуються в роботах

таких відомих вітчизняних та закордонних вчених як А. Г. Загородній, В. М. Куклін, В. І. Карась, В. Є. Захаров, Р. З. Сагдєєв, М. В. Кузелев, П. Даймонд, Х. Че, М. Голдштейн, С. Іто, К. Іто та інших.

Проведені раніше чисельні розрахунки мають обмеження і недоліки: недостатню кількість моделюючих іонів і електронів частинок плазми, недостатню кількість мод спектру хвильових збурень, неповний аналіз отриманих результатів.

Однак досягти у моделях реальної кількості частинок і мод поки неможливо, що вимагає розвитку різних наближених методів. В роботі використано гібридний метод опису плазми, який об'єднує високу точність опису іонів плазми (опис іонів частинками) і мод спектру, а також наближений опис електронів плазми методами квазігідродинаміки. Використано велику кількість іонів разом зі зниженням розмірності задачі та застосуванням програмно-апаратної технології паралельних обчислень CUDA (Computer Unified Device Architecture), що дозволило не тільки якісно, але й кількісно описати еволюцію функції розподілу іонів плазми та розглянути багатомодовий режим генерації електронним пучком коливань в плазмі. При цьому необхідна відповідність реальним процесам при моделюванні забезпечується коректністю моделей, перевіркою закону збереження енергії, обґрунтуванням значень обраних параметрів, аналізом характеристик процесів.

Таким чином, тема дисертації має важливе наукове й практичне значення і спрямована на вирішення актуального **наукового завдання**. Це завдання полягає у вдосконаленні методів математичного і чисельного моделювання для вибору умов підвищення ефективності генерації НВЧ коливань і нагрівання іонів плазми в пристроях плазмової електроніки (в пучково-плазмових НВЧ генераторах і підсилювачах) і в установках пучкового нагрівання плазми.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана на кафедрі штучного інтелекту та програмного забезпечення факультету комп'ютерних наук в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна відповідно до завдань держбюджетної НДР

МОН України «Моделі інформаційних процесів та методи їх обробки» (№ ДР: 0116U003141), а також держбюджетної НДР МОН України «Формування мультимасштабних мікро- та наноструктур у твердих тілах при градієнтному термічному, плазмовому та лазерному впливі» (№ ДР: 0115U000469), де здобувач брав участь як співвиконавець окремих розділів.

Мета й завдання дослідження. Основна мета дисертаційного дослідження – підвищення ефективності процесів вибору раціональних параметрів функціонування пучково-плазмових генераторів і підсилювачів НВЧ випромінювання, а також визначення умов та ступеня нагріву іонів для прогнозування впливу на стінки приладів шляхом вдосконалення математичних моделей і методів обчислення розглянутих фізичних процесів.

Для досягнення мети дослідження необхідно вирішити такі **завдання**:

1. Провести аналіз існуючих математичних моделей і обчислювальних методів дослідження пучково-плазмової взаємодії і модуляційної нестійкості плазмових коливань в пристроях плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми.

2. На основі результатів моделювання визначити початкові умови проаналізованих математичних моделей, за яких буде підвищена точність чисельних експериментів з вибору раціональних параметрів пучково-плазмових генераторів та з визначення умов нагріву іонів, а також перевірити коректність моделей і стійкість чисельних методів з отриманими початковими умовами.

3. Розробити алгоритмічні моделі процесів збудження та модуляційних нестійкостей інтенсивного хвильового поля з використанням технології CUDA для прискорення обчислювального процесу.

4. Розвинути обчислювальний метод оцінки температури іонів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми, виявити ступінь термалізації іонів та оцінити долю енергії швидких іонів.

5. На основі результатів моделювання визначити технічні параметри пучково-плазмових НВЧ генераторів і підсилювачів, за яких можна досягти максимальної ефективності генерації НВЧ коливань.

6. Врахувати у моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» взаємодію частинок плазми з модуляційно нестійкими коливаннями шляхом створення системної моделі, провести експериментальне дослідження працездатності такого підходу та на основі аналізу отриманих результатів надати практичні рекомендації щодо вибору раціональних параметрів пучково-плазмових НВЧ генераторів і підсилювачів.

Об'єкт дослідження: процеси збудження і поглинання коливань в пучково-плазмових НВЧ генераторах і в пристроях пучкового нагрівання плазми.

Предмет дослідження: математичні моделі та обчислювальні методи процесів збудження електронними пучками коливань інтенсивних хвиль й процесів модуляційних нестійкостей інтенсивних хвиль в приладах плазмової електроніки.

Методи дослідження. Теоретичною основою роботи є принципи і методи математичного моделювання плазми, пучково-плазмової взаємодії та модуляційної нестійкості плазмових коливань, які використані при розробці системної моделі та удосконаленні методу оцінки температури іонів. Принципи паралельного програмування та методи рішення диференціальних рівнянь використані при розробці алгоритмічних моделей. Методом послідовного аналізу варіантів визначена відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню релятивістського фактора в системній моделі.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в такому.

1. *Уперше* побудована системна модель процесу взаємодії пучка електронів та модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі, яка на відміну від існуючих поєднує гібридну модель модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми та модель взаємодії електронного пучка з плазмовими коливаннями з використанням імітації взаємного впливу моделей, спираючись на закони збереження енергії, що дозволяє в подальшому будувати нові розвинуті моделі подібних процесів в умовах виконання законів збереження енергії.

2. *Уперше* побудовані алгоритмічні моделі процесів модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та взаємодії пучка електронів з плазмовими коливаннями, які на відміну від існуючих використовують переваги застосування технології CUDA, що дозволило прискорити процес моделювання від декількох до декількох десятків разів в порівнянні з обчисленнями на центральних процесорах такої ж вартості та енергоспоживання в залежності від обраних початкових умов і від застосування способів оптимізації обчислень.

3. *Удосконалено* обчислювальний метод неперервної оцінки температури іонів за рахунок розробки методу обчислення енергії швидких іонів та використання методу пошуку максимально близького нормального розподілу до розподілу іонів за швидкостями, що важливо для прогнозування впливу плазми на стінки приладів.

Практичне значення одержаних результатів. Результати дисертації були впроваджені у Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» в Науково-виробничому комплексі «Відновлювані джерела енергії та ресурсозберігаючі технології» в дослідженнях нелінійних хвильових процесів і взаємодій «хвиля-частка» в періодичних хвилеводних структурах пристроїв плазмової електроніки і НВЧ-техніки. Це дозволило уточнити значення параметрів пучково-плазмового генератора з метою покращення його технічних характеристик, а саме підібрати узгодження режиму роботи генератора і системи відбору ВЧ енергії. Знайдені раніше не наведені в літературі початкові умови математичних моделей, достатні для точного опису плазми гібридним методом в одновимірному випадку: кількість іонів та мод спектру, часові кроки чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь. Знайдено значення рівня поглинання енергії коливань $\Theta = 0.5 \div 0.7$ для досягнення максимальної ефективності відбору енергії у пучка електронів. Знайдено, що в гарячій плазмі енергія швидких іонів становить 10-14% їх повної енергії, а в холодній плазмі – 19-25%.

Особистий внесок здобувача. Всі викладені в дисертаційній роботі

результати отримані автором самостійно. Роботи [1, 2, 4] опубліковані без співавторів. У наукових працях, що опубліковані у співавторстві, здобувачу належать такі результати: на основі результатів моделювання показана подібність процесів, описаних моделями модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної і гарячої плазми [3]; перевірено виконання закону збереження енергії в математичних моделях холодної і гарячої плазми [5]; визначені початкові умови математичної моделі взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями [6]; удосконалено обчислювальний метод оцінки температури іонів в пристроях плазової електроніки і пучкового нагрівання плазми [7]; враховано вплив дебаєвського радіусу екранування в математичних моделях модуляційної нестійкості збуджуваного поля [8]; знайдені початкові умови математичних моделей, достатні для точного опису плазми гібридним методом [9]; на основі результатів моделювання знайдені параметри ефективної генерації НВЧ коливань [10], параметри нагріву іонів [77] та генерації іонно-звукових хвиль [78] в пристроях плазової електроніки.

Апробація результатів дисертації. Основні і окремі положення та результати дисертації апробовано й схвалено на наступних наукових конференціях і семінарах:

– XII міжнародний семінар «Плазова електроніка і нові методи прискорення». – Харків, ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2013;

– IX міжнародна науково-технічна конференція студентів, аспірантів та молодих вчених. – Донецьк, ДонНТУ, 2013;

– Міжнародна науково-практична інтернет-конференція «Проблеми та перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД». – Переяслав-Хмельницький, Переяслав-Хмельницький ДПУ імені Г. Сковороди, 2013;

– 68 науково-технічна конференція професорсько-викладацького складу, науковців, аспірантів та студентів. – Одеса, ОНАЗ імені О. С. Попова, 2013;

– Міжнародна науково-практична інтернет-конференція «Проблеми та перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД». –

Переяслав-Хмельницький, Переяслав-Хмельницький ДПУ імені Г. Сковороди, 2015;

– XIII міжнародний семінар «Плазмова електроніка і нові методи прискорення». – Харків, ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2015;

– всеукраїнська науково-практична конференція молодих вчених і студентів «Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем». – Дніпро, ДНУ імені Олеся Гончара, 2015.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 17 наукових праць, серед яких 6 статей у наукових фахових виданнях України з технічних наук, 2 статті у виданнях іноземних держав, 5 тез у збірниках доповідей на наукових конференціях, 4 праці, що додатково відображають результати дисертації. Три статті належать до видань, що входять до міжнародних наукометричних баз «Scopus» [5, 8] та «РІНЦ» [7].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, п'ятих розділів, висновків, списку використаних джерел зі 103 найменувань на 12 сторінках і двох додатків. Обсяг загального тексту дисертації складає 138 сторінок, з яких основного тексту 100 сторінок. Робота ілюстрована 53 рисунками та 6 таблицями.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД МАТЕМАТИЧНИХ ОПИСІВ МОДУЛЯЦІЙНИХ І ПУЧКОВИХ НЕСТІЙКОСТЕЙ В ПЛАЗМІ

У розділі наведено огляд математичних описів модуляційних і пучкових нестійкостей в гарячій і холодній плазмі в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми.

Спочатку розглянуті моделі дрібномасштабної модуляції інтенсивних ленгмюрівських хвиль в гарячій і холодній плазмі, в яких, завдяки розгляду іонів як окремих частинок, можуть бути використані методи оцінки температури іонів для подальшого поліпшення приладів плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми.

Для з'ясування умов генерації та вибору раціональних параметрів пучково-плазмових генераторів розглянута система інтегро-диференціальних рівнянь, що описує взаємодію пучка електронів з плазмою.

1.1 Моделі дрібномасштабної модуляції інтенсивних ленгмюрівських хвиль в плазмі

Як відомо, плазма є нелінійним середовищем з великим набором власних коливань і складається з заряджених частинок [11]. Сумарний заряд частинок дорівнює нулю, тому плазма квазінейтральна. Завдяки наявності заряджених частинок плазма взаємодіє з електричним і магнітним полями. В реальних умовах плазма завжди знаходиться в зовнішньому магнітному полі або укладена в об'ємі, обмеженому внутрішніми або зовнішніми стінками установки, що запобігає її розтіканню [12]. У розглянутих у дисертаційній роботі моделях магнітне поле коливань досить мало, тобто в цьому випадку воно слабо впливає на частки плазми в порівнянні з електричним полем [13], тому магнітним полем коливань в роботі нехтується. Це так званий випадок поздовжніх (потенціальних) коливань. Подібні коливання можуть існувати в

ізотропній плазмі або в магнітоактивній плазмі, причому в останньому випадку мова йде про плазмові хвилі, що поширюються уздовж силових ліній магнітного поля. Саме тому основна увага приділена одновимірному випадку, який можна застосувати як для ізотропної, так і для магнітоактивної плазми в подібних умовах.

Електромагнітні поля, зовнішні, що впливають на плазму, і збуджені в її об'ємі, часто призводять до появи різних нестійкостей з виникненням збурень густини плазми і розширенням спектру коливань. Там, де, наприклад, менше іонів і більше електронів, виникає негативний об'ємний заряд і відповідно електричне поле, яке змушує заряди (електрони і іони) рухатися.

Нелінійні ефекти в плазмі відносяться до взаємодій типу хвиля-хвиля чи хвиля-частинка [11]. У дисертації розглядається випадок беззіткнутої плазми, тобто вплив зовнішнього електричного поля багато більше впливу зіткнення частинок [13], тому безпосередній взаємодії частинок плазми можна знехтувати, тобто взаємодія типу частинка-частинка відсутня.

Основними видами хвиль в плазмі є поперечні електромагнітні, поздовжні ленгмюрівські (коливання електронів) і іонно-звукові (низькочастотні хвилі, коливання іонів) [14]. На високочастотні хвилі – поперечні і ленгмюрівські, рух іонів в звичайних умовах практично не впливає.

Ленгмюрівські хвилі в плазмі можуть порушуватися різними способами, зокрема електронними пучками і лазерними імпульсами [15-22]. Одними з перших робіт, де були описані модуляційні і параметричні нестійкості інтенсивних довгохвильових ленгмюрівських коливань, були роботи В. Є. Захарова [23] і В. П. Силіна [24]. Також подібні нестійкості були досліджені в експериментах, включаючи чисельні, наприклад [23, 25-29]. Захаров описав дрібномасштабну модуляційну нестійкість і показав, що вона призводить до виникнення каверн – областей зниженої щільності в неізотермічній плазмі з гарячими електронами, а потім до колапсу ленгмюрівської хвилі. При модуляційній нестійкості хвиля накачування розпадається на широкий спектр збурень, які взаємодіють між собою. Збурення

синхронізуються, тобто виникає їх інтерференція, і електричне поле витісняє плазму, створюючи області зі зниженою щільністю – каверни. Також Захаров виявив явище дисипації (передачі енергії хвилі частинкам плазми). Силін описав явище параметричного резонансу при розпаді ленгмюрівського випромінювання в плазмі. Пізніше в роботах В. М. Кукліна і співавторів, зокрема, [30], було показано, що і в випадку параметричного резонансу можна очікувати формування каверн щільності плазми і передачі енергії поля безпосередньо частинкам плазми. У цій дисертації розглядаються моделі, побудовані на основі описів Захарова та Силіна; робиться порівняння цих моделей і показано їх подібність.

Модуляційна нестійкість передбачає зміну параметрів коливань – амплітуди і частоти. Тобто присутні амплітудна і частотна (і пов'язана з нею фазова) модуляція. Модуляційна нестійкість ленгмюрівської хвилі призводить до дисипації хвильової енергії – її переходу в короткохвильовий спектр ленгмюрівської хвилі і передачу швидким частинкам [31-42]. У неізотермічній плазмі модуляційна нестійкість призводить також до появи іонно-звукових хвиль [43-46].

У моделі Захарова описується випадок гарячої плазми, коли теплова енергія електронів плазми багато більше енергії збуджуваної хвилі. У моделі Силіна (холодна плазма) теплова енергія плазми багато менше щільності енергії поля. Випадки гарячої і холодної плазми можуть бути реалізовані в експериментах по генерації коливань і для нагріву її частинок за допомогою інжекції пучків електронів. Випадок холодної плазми становить практичний інтерес також для генерації електромагнітних коливань в щільній плазмі за допомогою потужних сильноточових релятивістських електронних пучків, тому що збуджені при цьому коливання настільки інтенсивні, що щільність їх енергії вже перевершує щільність теплової енергії заздалегідь приготовленої плазми, яку при цьому можна вважати холодною.

Дослідження модуляційних нестійкостей ленгмюрівських хвиль також пов'язано з необхідністю нагріву електронів та іонів плазми в установках

пучкового нагрівання плазми [47]. Відповідно до теорії необхідно підвищити температуру саме іонів і лише при цьому можна досягти умов розвитку термоядерної реакції [48]. Але при нагріванні частинок можна говорити про температуру тільки лише коли розподіл часток подібний до нормального та максвелівського розподілу. Нормальний та максвелівський розподіли можна вважати тотожними при розгляді частинок з позитивними та негативними швидкостями. У термоядерній реакції приймають участь лише ті частинки, що знаходяться у хвості максвелівського розподілу [48]. У газах зіткнення частинок часто призводять до максвелівського розподілу частинок за швидкостями. А в плазмі на зміни швидкості частинок крім зіткнень впливає також електричне поле [49].

Опис модуляційної нестійкості в гарячій і холодній плазмі як зазначено раніше, виявляється подібним [50, 51]. У роботах [3, 7, 9] було порівняно результатів розвитку цих процесів на прикладі одновимірного опису. Вибір одновимірних моделей часто зберігає основні риси процесів, спрощуючи їх опис і розуміння [52, 53]. Тому варто очікувати, що в тривимірному випадку результат буде близький до одновимірного.

Дослідження нестійкостей супроводжується складністю їх опису. При дослідженні модуляційної нестійкості важливим моментом є вибір методів опису плазми. Виділяються «мікрометоди» і «макрометоди» опису руху частинок плазми [54]. До «мікрометодів» відносять методи одночасткового наближення, частинкової динаміки, метод Монте-Карло. До «макрометодів» відносять квазігідродинамічний метод, кінетичний метод, метод великих часток (particle-in-cell метод). Саме «макрометоди» часто використовуються для опису нелінійних коливань і нестійкостей в плазмі [54]. При цьому частинками плазма описується більш точно, ніж гідродинамікою і кінетикою. Крім того, для опису плазми можуть використовуватися гібридні методи, тобто комбінації перерахованих вище методів.

У дисертаційній роботі плазма описана гібридними методами, коли для електронів використовуються рівняння суцільного середовища —

квазігідродинаміки, а іони описані дискретно – модельними частинками. Опис іонів частинками дозволяє більш точно вивчити їх динаміку, тому що саме нагрів іонів представляє особливий інтерес, зокрема для цілей керованого термоядерного синтезу [55].

В результаті розвитку модуляційної нестійкості інтенсивного поля поздовжніх хвиль в плазмі утворюються каверни щільності іонів. Кількість каверн щільності іонів в гібридній моделі виявляється помітно більше, ніж у випадку гідродинамічного опису, і вони не такі глибокі, як в гідродинамічній моделі [56], хоча кількісні значення енергії і інтенсивності збурень в плазмі близькі. Так, в гідродинамічній моделі Захарова утворюється одна або кілька великих солітоноподібних каверн [56]. У гібридних моделях виникає безліч каверн, що обумовлено більш точним описом іонів частинками, при цьому початкові збурення щільності іонів виявляються помітно більше, прискорюючи розвиток нестійкості [55, 56].

Гібридний опис дозволяє більш коректно врахувати взаємодію частинок з модами ленгмюрівського спектру. Захоплення частини іонів в потенційні ями, їх витіснення з областей, зайнятих полем коливань, призводить до нестабільності каверн щільності і появи груп швидких частинок.

Плазма може бути створена з різних фізичних елементів, наприклад, з газу водню, з парів заліза і т.д. Тому в дисертації розглядаються в якості окремих режимів випадки легких і важких іонів.

1.1.1 Гібридна модель модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в холодній плазмі

Якщо щільність інтенсивності довгохвильового ленгмюрівського поля перевищує щільність теплової енергії плазми (випадок холодної плазми)

$$|E_0|^2 / 4\pi \gg n_0 T_e, \quad [13 \text{ (B.4)}], \quad (1.1)$$

то в цьому випадку можна застосувати підхід Силіна [13]. Тут E_0 – напруженість електричного поля, n_0 та T_e – щільність і температура електронів плазми.

Частинки знаходяться в полі зовнішньої ленгмюрівської хвилі великої амплітуди, довжину якої покладемо рівною нескінченності. Швидкість частинок $u_{0\alpha} = -(e_\alpha |E_0| / m_\alpha \cdot \omega_0) \cdot \cos\phi = -\omega_0 a_0 \cdot \cos\phi$ [13 (1.3)], де $a_0 = eE_0 / m_e \omega_0^2$ – амплітуда коливань електронів в поле зовнішньої ленгмюрівської хвилі. Компоненти напруженості поля зовнішньої ленгмюрівської хвилі визначаються рівнянням

$$E_0 = -i(|E_0| \exp\{i\omega_0 t + i\phi\} - |E_0| \exp\{-i\omega_0 t - i\phi\}) / 2, \quad [13 (1.1)], \quad (1.2)$$

де $\omega_0 \approx \omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m_e}$ – ленгмюрівська частота електронів [13 (B.2)], e, m_e – заряд і маса електронів відповідно, $|E_0|$, ϕ – повільно мінливі амплітуда і фаза електричного поля. Рівняння, що описують нелінійну динаміку процесу параметричної нестійкості ленгмюрівської хвилі великої амплітуди, представлені в [50]. Рівняння, яке описує високочастотне електричне поле електронів плазми в гідродинамічному наближенні (електрони представлені як електронна рідина), може бути записано як [50]

$$\frac{\partial E_n}{\partial t} - i \frac{\omega_{pe}^2 - \omega_0^2}{2\omega_0} E_n + \theta \cdot \frac{n^6}{n_M^6} \cdot E_n - \frac{4\pi\omega_{pe} \nu_{in}}{k_0 n} J_1(a_n) \cdot \exp(i\phi) - i \frac{\omega_0}{2en_0} \sum_m \nu_{in-m} [E_{-m}^* J_2(a_{n-m}) e^{2i\phi} + E_m \cdot J_0(a_{n-m})] = 0, \quad (1.3)$$

де доданок $\theta \cdot \frac{n^6}{n_M^6} \cdot E_n$ в рівнянні (1.3) моделює загасання ВЧ мод спектру на електронах, причому $n_M = 20$, J_0 , J_1 , J_2 – функції Бесселя; $a_n = n(e k_0 E_0 / m_e \omega_0^2)$, де величина $k_n = n k_0$ відповідає дискретному набору хвильових чисел мод короткохвильової ділянки спектру; $\nu_{in} = en_{in}$ – зарядова щільність іонів. При описі іонів великими частинками рівняння руху великих частинок можна представити в наступному вигляді [50]

$$\frac{d^2 x_s}{dt^2} = \frac{e}{M} \sum_n \bar{E}_n \cdot \exp\{ik_0 n x_s\}, \quad (1.4)$$

а щільність іонів визначимо як [50]

$$n_{in} = v_{in} / e = n_0 \cdot \frac{k_0}{2\pi} \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \exp[-ink_0 \cdot x_s(x_0, t)] \cdot dx_{s0}. \quad (1.5)$$

Напруженість повільно мінливого електричного поля $\bar{E}_n$, діючого на іони, дорівнює [50]

$$\begin{aligned} \bar{E}_n = & \left(-\frac{4\pi i}{k_0 n}\right) v_{in} [1 - J_0^2(a_n) + \frac{2}{3} J_2^2(a_n)] + \frac{1}{2} J_1(a_n) [E_n \cdot e^{-i\phi} - E_{-n}^* \cdot e^{i\phi}] - \\ & - \frac{ink_0}{16\pi en_0} J_0(a_n) \sum_m E_{n-m} \cdot E_{-m}^* - \frac{ik_0 J_2(a_n)}{16\pi en_0} \sum_m (n-m) [E_{n-m} \cdot E_m \cdot e^{-2i\phi} + E_{m-n}^* \cdot E_{-m}^* e^{2i\phi}], \end{aligned} \quad (1.6)$$

де $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m_e}$ – ленгмюрівська частота плазми, e , m_e – абсолютна величина заряду і маса електрона, M – маса іона, $E_n = |E_n| \cdot \exp\{i\psi_n\}$ – повільно змінювана комплексна амплітуда напруженості електричного поля плазмових електронних коливань, хвильове число яких дорівнює $k_n = nk_0$; k_0 – обраний досить малий масштаб в просторі хвильових чисел; $a_n = a \cdot n$, n, m – цілі числа, не рівні нулю і ± 1 , тобто $n(ek_0 E_0 / m_e \cdot \omega_0^2) = nk_0 b = a_n$.

Для $E_0 = |E_0| \cdot \exp\{i\phi\}$ також можна записати рівняння [50]

$$\frac{\partial E_0}{\partial t} = -\frac{\omega_0}{2en_0} \sum_m v_{i,-m} \{E_{-m}^* \cdot J_2(a_m) e^{2i\phi} + E_m \cdot J_0(a_m)\}. \quad (1.7)$$

При виведенні рівнянь (1.2) – (1.7) використано розкладання по функціях Бесселя $J_m(x)$ [13 (1.9), 57]

$$\exp\{ia \cdot \sin\Phi\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(a) \cdot \exp\{im\Phi\}, \quad (1.8)$$

Нормоване розлаштування $\Delta = (\omega_{pe}^2 - \omega_0^2) / 2\delta\omega_{pe}$ досягає величини $(\frac{m_e}{2M})^{1/3} J_1^{2/3}(a_{n_m})$ в разі максимального нормованого на частоту ленгмюрівської хвилі інкремента лінійної нестійкості [13]

$$\delta / \omega_{pe} = \frac{i}{\sqrt[3]{2}} \left(\frac{m_e}{M}\right)^{1/3} J_1^{2/3}(a_n). \quad (1.9)$$

З наведених рівнянь шляхом обезрозмірювання буде отримана математична модель модуляційної нестійкості в холодній плазмі.

1.1.2 Гібридна модель модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в гарячій плазмі

Розглянемо систему рівнянь, яка описує модуляційну нестійкість інтенсивного ленгмюрівського поля в гарячій плазмі. Як показано в [50], за $a_n \ll 1$ рівняння (1.3) – (1.7) з врахуванням представлення $J_1(a_n) \approx a_n / 2$, $J_0(a_n) \approx 1$, $J_2(a_n) \approx a_n^2 / 8$ збігаються з отриманими в [51] в умовах $w = |E_0|^2 / 4\pi \ll n_0 T_e$ з точністю до величини розладу $(\omega_{pe}^2 - \omega_0^2) / 2\omega_0 \rightarrow (\omega_{pe}^2 - \omega_0^2 + k_0^2 n^2 v_{Te}^2) / 2\omega_0$ і з урахуванням заміни $E_0 \rightarrow -iE_0$ та $E_0^* \rightarrow iE_0^*$

$$\frac{\partial E_n}{\partial t} - i \frac{\omega_{pe}^2 - \omega_0^2 + k_0^2 n^2 v_{Te}^2}{2\omega_0} E_n - i \frac{\omega_0}{2n_0} \cdot \{n_{in} E_0 + \sum_{m \neq 0} n_{in-m} E_m\} = 0. \quad (1.10)$$

Наведемо також значення для повільно змінюваної напруженості поля з урахуванням зовнішньої хвилі [50, 51]

$$\bar{E}_n = -\frac{ik_0 ne}{4m\omega_p^2} (E_n E_0^* + E_0 E_{-n}^* + \sum_{m \neq 0, n} E_{n-m} E_{-m}^*), \quad (1.11)$$

що дозволяє описувати іони великими частинками, використовуючи рівняння (1.4) та (1.5). Для E_0 також можна записати рівняння [50, 51]

$$\frac{\partial E_0}{\partial t} - i \frac{\omega_0}{2n_0} \cdot \sum_m n_{i,-m} E_m = 0. \quad (1.12)$$

Лінійний інкремент нестійкості, нормований на частоту [51]

$$\delta / \omega_{pe} = \left(\frac{1}{2} \frac{|E_0|^2}{4\pi n_0 T_e} \frac{m_e}{M} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2} \frac{W}{n_0 T_e} \frac{m_e}{M} \right)^{1/2}. \quad (1.13)$$

З наведених рівнянь шляхом обезрозмірювання буде отримана математична модель модуляційної нестійкості в гарячій плазмі.

1.2 Модуляція щільності пучка заряджених частинок, що поширюється в плазмі

Одним з основних способів збудження коливань в плазмі є використання високоенергетичних пучків електронів. Такий процес називають пучковою нестійкістю. Порушення нестійкості відбувається через просторовий резонанс між хвилею і пучком [58], коли частинки пучка рухаються у напрямку поширення, наприклад, ленгмюрівської хвилі і їх швидкість близька до фазової швидкості хвилі. При пучково-плазмовій взаємодії відбувається модуляція пучка, тобто його групування [59].

Використання пучково-плазмової взаємодії на практиці застосовують для генерації і посилення електромагнітних коливань [19-22, 59] і для нагріву електронів та іонів [23, 24, 27-29, 34, 35]. Вивченням взаємодії заряджених

частинок з плазмою займається плазмова електроніка. Відкриття можливості порушення коливань в плазмі пучками електронів (явище пучкової нестійкості) Я. Б. Файнбергом, О. І. Ахієзером, Д. Бомом, Е. Гроссом [60, 61] призвело до створення численних приладів – генераторів і підсилювачів НВЧ діапазону. Інтерес у використанні плазми як уповільнюваної структури пов'язаний з наявністю великих можливостей зміни її параметрів, на відміну від використання вакуумних систем [62, 63]. Перевагами плазмової електроніки перед вакуумною є:

- можливість змінювати частоту випромінювання в широкому діапазоні частот хвиль;
- можливість створювати більш компактні пристрої і розганяти пучки до великих енергій на малих дистанціях;
- транспортування пучків високої щільності і з великим струмом.

Однак створення приладів плазмової електроніки пов'язано зі значними проблемами, наприклад, зі складністю вибору робочої точки та визначення ефективності виведення коливань, забезпеченням стабільності їх випромінювання, з наявністю великої кількості шумів та нестабільністю плазми як такої [59, 63-66].

Принцип роботи пучково-плазмових генераторів надвисокочастотних коливань наступний. Електронна гармата вистрілює пучок електронів в область взаємодії, в яку подається газ [67-71]. При прольоті пучка газ іонізується і створюється плазма [68]. Область взаємодії зазвичай являє собою трубу діаметром кілька сантиметрів і завдовжки кілька десятків сантиметрів з таких матеріалів, як метал або скло. В області взаємодії електронного пучка збуджуються коливання в плазмі, які виводяться з генератора через систему виведення (рис. 1.1).



Рисунок 1.1 – Основні елементи конструкції пучково-плазмового НВЧ генератора

При пучково-плазмовій взаємодії частинки і хвиля сфазовані, тобто фазова швидкість хвилі близька до середньої швидкості частинок пучка. Коли частинка пучка знаходиться у фазі хвилі, що гальмується, вона віддає енергію хвилі, а в прискорюваній фазі – відбирає. Необхідно, щоб пучок віддавав свою енергію хвилі, тому багато частинок пучка повинні бути захоплені хвилею. У цій ситуації хвиля – це періодичне поле, набір періодичних потенційних ям. Частинки рухаються на дно ями, віддаючи енергію. Але рух частинок змінює фазу хвилі, тобто зрушує яму. При цьому частина частинок знаходиться тривалий час в фазі, коли вони відбирають енергію у хвилі [59].

У пучку, чим більше частинок захоплено хвилею, тим більше пучок віддає енергії. При великому числі захоплених частинок можна говорити про хорошу синхронізацію взаємодії пучка і хвильового пакета. Захоплення частинок хвилею означає, що вони не можуть з потенційної ями вийти.

Більшість досліджень пучково-плазмових взаємодій використовують одномодовий режим збудження ленгмюрівських коливань. Саме одномодовий режим корисний для технічних задач, проте забезпечити його на практиці виключно складно, тому що при пучково-плазмовій взаємодії присутня амплітудна і фазова модуляція збуджуваних коливань [22, 59]. У реальності відбувається розширення спектру через зменшення середньої швидкості

частинок пучка на лінійній стадії нестійкості [59]. Далі через осциляторний рух згустку захоплених частинок пучка на нелінійній стадії процесу нестійкості розвивається як сателітна нестійкість [10, 22].

Особливість досліджуваної в дисертаційній роботі математичної моделі полягає в наявності двох систем відліку – лабораторної та системи відліку пучка, що не часто використовувалося при аналізі пучково-плазмової взаємодії [10]. Лабораторна система відліку – це система, де знаходиться нерухома експериментальна установка або генератор. Хвиля і пучок частинок рухаються відносно лабораторної системи відліку. В системі відліку пучка у його частинок може бути як позитивна, так і негативна швидкість – фактично це зміна середньої швидкості частинок пучка. Середня швидкість пучка дорівнює фазовій швидкості хвилі. У дисертації розглядаються різні початкові швидкості (і відповідно енергії) частинок пучка в лабораторній системі відліку (тобто можна ввести так званий релятивістський фактор). Чим більше швидкість частинок, тим більше значення релятивістського фактора.

1.2.1 Опис процесу взаємодії пучка електронів з плазмою

Процес взаємодії пучка електронів з плазмою може бути представлений рівнянням [10]

$$\frac{\partial}{\partial t} E + 4\pi\{J_L + J_{NL} + J_b\} = 0, \quad (1.14)$$

де E – електричне поле довгохвильових збурень, J_L – лінійний по амплітудам збурень струм в плазмі, J_{NL} – нелінійний струм в плазмі, J_b – струм пучка. Електричне поле E довгохвильових збурень, фазова швидкість яких збігається зі швидкістю пучка, можна записати у вигляді [10]

$$E = \sum_{p>0} E_{0p} \exp\{-ipk_{00}(x - v_{0b}t)\}. \quad (1.15)$$

Рівняння (1.14) можна представити в розмірних змінних у вигляді [10, 22, 59]

$$\begin{aligned} i\omega\varepsilon(pk_{00}v_{b0}, pk_{0b})E_{0p} + \frac{\partial}{\partial\omega}\omega\varepsilon(\omega, k)|_{\substack{\omega=pk_{00}v_{b0} \\ k=pk_{00}}}(\frac{\partial}{\partial t}E_{0p} - \theta E_{0p}) = \\ = 4\pi en_{b0} \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} dx_0 v_b \exp\{ipk_{00}(x - v_{b0}t)\} dx - 4\pi J_{NL}, \end{aligned} \quad (1.16)$$

де $\varepsilon(pk_{00}v_{b0}, pk_{0b})$ – діелектрична проникність плазми, $p=1, 2, 3...P$ – номер моди в спектрі хвильових чисел, k_{00} – інтервал між модами, E_{0p} – напруженість електричного поля моди p в плазмі, n_{b0} – незбурена щільність пучка, e – заряд електронів, θ – лінійний декремент поглинання енергії коливань, L – довжина інтервалу, на якому розташовані частинки пучка в початковий момент часу, $x|_{t=0}=x_0$ – початкове положення частинок пучка. Швидкість електронів пучка v_b в початковий момент часу однакова $v_b|_{t=0}=v_{b0}$.

При описі діелектричної проникності $pk_{00}v_{b0} = \omega_p$; $pk_{0b} = k_p$ у спектрі є тільки одна резонансна мода p_0 , інші моди нерезонансні. Для резонансної моди діелектрична проникність [59]

$$\varepsilon(\omega, k) = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2, \quad \omega_{pe}^2 = 4\pi e^2 n_0 / m_{e0}, \quad \frac{\partial}{\partial\omega}\omega\varepsilon(\omega, k)|_{\substack{\omega=pk_{00}v_{b0} \\ k=pk_{00}}} = 1 + p_0^2 / p^2 \quad (1.17)$$

обертається до нуля. Тут n_0 – незбурена щільність плазми.

Рівняння руху частинок пучка електронів (m_{e0} – маса спокою електронів) [59]

$$\frac{dx_b}{dt} = v_b, \quad (1.18)$$

$$\frac{dv_b}{dt} = -\operatorname{Re} \sum_p \frac{eE_{0p}}{m_{e0}} \exp\{-ipk_{00}(x - v_b t)\}. \quad (1.19)$$

Пучком порушуються ленгмюрівські коливання, поле яких діє на частинки плазми [10]

$$\begin{aligned} E_0 \exp\{i\omega_{pe}t\} &= |E_0| \exp\{i\omega_{pe}t + i\phi_0\} \approx \sum_p E_{0p} \exp\{ipk_{00}v_{0b}t - ipk_{00}x\} \approx \\ &\approx \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} E_{0p} \exp\{ipk_{00}v_{0b}t\} = \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \exp\{ipk_{00}v_{0b}t + i\phi_{0p}\}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

В полі ленгмюрівської хвилі, що діє на частки, знехтуємо малими відхиленнями $pk_{00}\Delta x = \Delta x / \lambda_0$, де λ_0 – характерна довжина хвилі інтенсивних ленгмюрівських коливань, збуджуваних пучком, і знехтуємо збуреннями, частота яких помітно відрізняється від ленгмюрівської частоти. Амплітуда E_{0p} збуджуваних ленгмюрівських коливань [10]

$$|E_0| = \sqrt{\left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \cdot \cos\{\phi_{0p}'\} \right]^2 + \left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \cdot \sin\{\phi_{0p}'\} \right]^2}. \quad (1.21)$$

Фаза ϕ_0 збуджуваних ленгмюрівських коливань [10]

$$\begin{aligned} |E_0| \frac{\partial \phi_0}{\partial t} &= \cos\{\phi_0\} \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[\frac{\partial |E_{0p}|}{\partial t} \sin\{\phi_{0p}'\} + |E_{0p}| \cos\{\phi_{0p}'\} \frac{\partial \phi_{0p}'}{\partial t} \right] - \\ &- \sin\{\phi_0\} \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[\frac{\partial |E_{0p}|}{\partial t} \cos\{\phi_{0p}'\} - |E_{0p}| \sin\{\phi_{0p}'\} \frac{\partial \phi_{0p}'}{\partial t} \right], \end{aligned} \quad (1.22)$$

де $\phi_{0p}' = \phi_{0p} + (pk_{00}v_{0b} - \omega_{pe})t$, а також [10]

$$\cos\{\phi_0\} = \frac{1}{|E_0|} \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \cdot \cos\{\phi_{0p}'\}, \quad (1.23)$$

$$\sin\{\phi_0\} = \frac{1}{|E_0|} \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \cdot \sin\{\phi_{0p}'\}. \quad (1.24)$$

Законом збереження енергії для системи рівнянь (1.15) – (1.19), який повинен виконуватися при збудженні пучком електронів довгохвильових коливань в плазмі, є вираз [59]

$$\sum_p \frac{1}{4\pi R_p} \{ |E_{0p}|^2 - \theta \int_0^t dt' |E_{0p}(t')|^2 \} + m_{e0} v_{0b} n_{b0} \cdot \frac{k_{00}}{2\pi} \int_{-\pi/k_{00}}^{\pi/k_{00}} v_b dx_0 = \text{const}. \quad (1.25)$$

Для зручності узгодження даного розгляду з результатами попередніх робіт авторів [3, 9] перейдемо до подання поля у вигляді $E_{0m} \Rightarrow -iE_{0m}$ і запишемо рівняння (1.16) у вигляді [10]

$$\frac{1}{p} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} A_{0p} + i\Delta_p A_{0p} \right\} = iR_{0p} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V_b / V_{0b}) \exp\{2\pi i p \zeta\} \cdot d\zeta_0 + 4\pi i R_{0p} \frac{ek_{00}}{m_e \delta^3} J_{NL}, \quad (1.26)$$

$$\text{де } \Delta_p = \frac{pk_{0b}v_{b0}}{\delta} \frac{p^2 - p_0^2}{p^2 + p_0^2}; \quad A_{0p} = \frac{epk_{00}}{m_{e0}\delta^2} E_{0p} = |A_{0p}| \exp\{i\phi_{0p}\}; \quad R_{0p} = \frac{2}{p_0} \frac{p^2}{p^2 + p_0^2} G; \quad G = \delta_b^3 / \delta^3; \quad \tau = \delta t,$$

$$k_m = mk_{00}; \quad k_{00}m_0v_{b0} = \omega_0 \approx \omega_{pe}; \quad -0.5 < \zeta = k_{00}(x - v_{0b}) / 2\pi < 0.5; \quad V_b = k_{00}(v_b - v_{0b}) / 2\pi\delta, \quad V_{0b} = (\omega_{pe} / \delta) / 2\pi p_0,$$

$\delta_b^3 = n_{b0} / 2n_0\gamma_0^3$, $V_{0b} = V_b|_{t=0}$, $V_{bi}(0) = 0$, $G = 1$, причому δ_b – лінійний інкремент пучкової нестійкості.

З наведених рівнянь шляхом обезрозмірювання буде отримана математична модель взаємодії пучка електронів з плазмою.

Висновки до розділу 1

Наведено огляд математичних описів модуляційних нестійкостей в гарячій і холодній плазмі та опису пучково-плазмової взаємодії в пристроях плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми.

Детально розглянуто опис модуляційної нестійкості в гарячій і холодній плазмі гібридними моделями, коли для електронів використовують рівняння суцільного середовища – квазігідродинаміки, а іони дискретно – модельними частинками. Гібридний опис дозволяє більш коректно врахувати взаємодію частинок з модами ленгмюрівського спектру. Захоплення частини іонів в потенційні ями, їх витіснення з областей, зайнятих полем коливань, призводить до нестабільності каверн щільності і появи груп швидких частинок.

Для з'ясування умов генерації та вибору раціональних параметрів пучково-плазмових генераторів розглянута система інтегро-диференціальних рівнянь, що описує взаємодію пучка електронів з плазмою. При пучково-плазмовій взаємодії розвивається пучкова нестійкість. При пучковій нестійкості, якщо частинки пучка знаходяться у фазі хвилі, що гальмується, вони віддають енергію хвилі, а в прискорюваній фазі – відбирають. Для забезпечення генерації необхідно, щоб пучок віддавав свою енергію хвилі, тому багато частинок пучка повинні бути захоплені хвилею.

Результати дослідження здобувача відображено у публікаціях [3, 9, 10].

РОЗДІЛ 2

МОДЕЛЮВАННЯ МОДУЛЯЦІЙНОЇ НЕСТІЙКОСТІ ЗБУДЖУВАНОВОГО ПОЛЯ В ПЛАЗМІ ТА СИСТЕМИ «ЕЛЕКТРОННИЙ ПУЧОК – МОДУЛЯЦІЙНО НЕСТІЙКІ ПЛАЗМОВІ КОЛИВАННЯ»

Для моделей модуляційної нестійкості збуджуваного поля для випадків холодної і гарячої плазми та для моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» шляхом обезрозмірювання отримані системи рівнянь та обрані початкові умови. На основі результатів моделювання визначені раніше не наведені в літературі початкові умови моделей модуляційної нестійкості збуджуваного поля в гарячій і холодній плазмі, достатні для точного опису плазми гібридним методом в одновимірному випадку. Також визначені деякі раніше не наведені в літературі початкові умови моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання». Перевірена коректність моделей і стійкість чисельних методів з отриманими початковими умовами. Показано виконання закону збереження енергії в моделях за обраних початкових умов.

2.1 Гібридні моделі модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в холодній та гарячій плазмі

Рівняння гібридних моделей модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в холодній та гарячій плазмі отримані шляхом обезрозмірювання. Робота з безрозмірними величинами має ряд переваг [72, 73]:

- значення різних змінних можуть відрізнятися на порядки і при проведенні математичних операцій між ними змінні зі значеннями великих порядків можуть вносити великі похибки в змінні зі значеннями малих порядків. Процедура обезрозмірювання допомагає зменшити різницю між можливими змінами значень змінних;

– скорочується кількість параметрів і кількість наборів їх значень, а значить підвищується швидкість обчислень і спрощується підбір значень параметрів.

Безрозмірні рівняння руху іонів $\frac{dv_s}{d\tau}, \frac{d\xi_s}{d\tau}$ та щільності іонів M_{nr}, M_{ni} співпадають для випадків холодної і гарячої плазми:

$$\frac{dv_s}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_e}{M} \frac{\omega_p^2}{\delta^2} \right) \sum_{n \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|n|} \{ \bar{E}_{nr} \cos(2\pi n \xi_s) - \bar{E}_{ni} \sin(2\pi n \xi_s) \}, \quad (2.1)$$

$$\frac{d\xi_s}{d\tau} = v_s, \quad (2.2)$$

$$M_{nr} = \left(\frac{\omega_0}{\delta} \right) \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \cos(2\pi n \cdot \xi_s) \cdot d\xi_{s0}, \quad (2.3)$$

$$M_{ni} = - \left(\frac{\omega_0}{\delta} \right) \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \sin(2\pi n \cdot \xi_s) \cdot d\xi_{s0}. \quad (2.4)$$

У випадку холодної плазми рівняння амплітуди і фази хвилі накачування $\frac{\partial a_0}{\partial \tau}, \frac{\partial \phi}{\partial \tau}$ (1.2) та спектру НВЧ коливань $\frac{\partial e_n}{\partial \tau}, \frac{\partial \psi_n}{\partial \tau}$ (1.3) представимо в безрозмірному вигляді як

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_0}{\partial \tau} = & -\frac{1}{2} \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|m|} \{ M_{-mr} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \cos(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \cos(\psi_m - \phi)] - \\ & - M_{-mi} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \sin(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \sin(\psi_m - \phi)] \}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} = & -\frac{1}{2a_0} \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|m|} \{ M_{-mr} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \sin(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \sin(\psi_m - \phi)] + \\ & + M_{-mi} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \cos(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \cos(\psi_m - \phi)] \}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial e_n}{\partial \tau} + \theta \cdot \frac{n^6}{n_M^6} \cdot e_n - \frac{|n|}{n} J_1(a_n) [M_{nr} \cos(\phi - \psi_n) - M_{ni} \sin(\phi - \psi_n)] + \\
& + \frac{|n|}{2} \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m|} \cdot \{e_{-m} J_2(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \sin(2\phi - \psi_n - \psi_{-m}) + M_{n-m,i} \cos(2\phi - \psi_n - \psi_{-m})] + \\
& + e_m \cdot J_0(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \sin(\psi_m - \psi_n) + M_{n-m,i} \cos(\psi_m - \psi_n)]\} = 0,
\end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \psi_n}{\partial \tau} - \Delta - \frac{|n|}{n e_n} J_1(a_n) [M_{nr} \sin(\phi - \psi_n) + M_{ni} \cos(\phi - \psi_n)] - \\
& - \frac{|n|}{2 e_n} \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m|} \cdot \{e_{-m} J_2(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \cos(2\phi - \psi_n - \psi_{-m}) - M_{n-m,i} \sin(2\phi - \psi_n - \psi_{-m})] + \\
& + e_m \cdot J_0(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \cos(\psi_m - \psi_n) - M_{n-m,i} \sin(\psi_m - \psi_n)]\} = 0.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

У випадку холодної плазми безрозмірна напруженість повільно мінливого електричного поля $\bar{E}_n = \bar{E}_{nr} + i\bar{E}_{ni}$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{nr} = & \frac{|n|}{n} \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right) M_{ni} [1 - J_0^2(a_n) + \frac{2}{3} J_2^2(a_n)] + \frac{1}{2} J_1(a_n) [e_n \cdot \cos(-\phi + \psi_n) - e_{-n} \cos(\phi - \psi_n)] + \\
& + \frac{1}{4} n |n| J_0(a_n) \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m| |n - m|} e_{n-m} \cdot e_{-m} \sin(\psi_{n-m} - \psi_{-m}) \\
& + \frac{1}{4} |n| J_2(a_n) \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{(n-m)}{|m| |n - m|} [e_{n-m} \cdot e_m \cdot \sin(\psi_{n-m} + \psi_m - 2\phi) + e_{-n+m} \cdot e_{-m} \sin(2\phi - \psi_{-n+m} - \psi_{-m})],
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{ni} = & -\frac{|n|}{n} \left(\frac{\delta}{\omega_p} \right) M_{nr} [1 - J_0^2(a_n) + \frac{2}{3} J_2^2(a_n)] + \frac{1}{2} J_1(a_n) [e_n \sin(-\phi + \psi_n) - e_{-n} \sin(\phi - \psi_n)] - \\
& - \frac{1}{4} n |n| J_0(a_n) \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m| |n - m|} e_{n-m} \cdot e_{-m} \cos(\psi_{n-m} - \psi_{-m}) \\
& - \frac{1}{4} |n| J_2(a_n) \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{(n-m)}{|m| |n - m|} [e_{n-m} \cdot e_m \cdot \cos(\psi_{n-m} + \psi_m - 2\phi) + e_{-n+m} \cdot e_{-m} \cos(2\phi - \psi_{-n+m} - \psi_{-m})].
\end{aligned} \tag{2.10}$$

У випадку гарячої плазми рівняння амплітуди і фази хвилі накачування

$$\frac{\partial a_0}{\partial \tau}, \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \tag{1.2} \text{ та спектру НВЧ коливань } \frac{\partial e_n}{\partial \tau}, \frac{\partial \psi_n}{\partial \tau} \tag{1.3} \text{ представимо в}$$

безрозмірному вигляді як

$$\frac{\partial a_0}{\partial \tau} = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{e_m}{|m|} [M_{-mr} \cos(\psi_m - \phi) - M_{-mi} \sin(\psi_m - \phi)], \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = -\frac{1}{2a_0} \cdot \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{e_m}{|m|} [M_{-mr} \sin(\psi_m - \phi) + M_{-mi} \cos(\psi_m - \phi)], \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_n}{\partial \tau} + \theta \cdot \frac{n^6}{n_M^6} \cdot e_n - \frac{|n|}{2} a_0 [M_{nr} \cdot \cos(\phi - \psi_n) - M_{ni} \cdot \sin(\phi - \psi_n)] + \\ + \frac{|n|}{2} \cdot \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{e_m}{|m|} [M_{n-m,r} \cdot \sin(\psi_m - \psi_n) + M_{n-m,i} \cdot \cos(\psi_m - \psi_n)] = 0, \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_n}{\partial \tau} - 4 \cdot \frac{n^2}{n_M^2} - \frac{|n|}{2e_n} a_0 [M_{nr} \cdot \sin(\phi - \psi_n) + M_{ni} \cdot \cos(\phi - \psi_n)] - \\ - \frac{|n|}{2e_n} \cdot \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{e_m}{|m|} [M_{n-m,r} \cdot \cos(\psi_m - \psi_n) - M_{n-m,i} \cdot \sin(\psi_m - \psi_n)] = 0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

У випадку гарячої плазми безрозмірна напруженість повільно мінливого електричного поля $\bar{E}_n = \bar{E}_{nr} + i\bar{E}_{ni}$

$$\bar{E}_{nr} = \frac{n}{4} \{e_n a_0 \cos(\psi_n - \phi) - a_0 e_{-n} \cos(\phi - \psi_{-n}) + \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{|n|}{|m| |n-m|} e_{n-m} e_{-m} \sin(\psi_{n-m} - \psi_{-m})\}, \quad (2.15)$$

$$\bar{E}_{ni} = \frac{n}{4} \{e_n a_0 \sin(\psi_n - \phi) - a_0 e_{-n} \sin(\phi - \psi_{-n}) - \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{|n|}{|m| |n-m|} e_{n-m} e_{-m} \cos(\psi_{n-m} - \psi_{-m})\}. \quad (2.16)$$

Закон збереження енергії для випадків холодної і гарячої плазми має вигляд

$$\frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{a_0^2}{8\pi} + \frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{1}{8\pi} \sum_n \frac{e_n^2}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{\theta}{4\pi} \int_0^\tau d\tau' \sum_n \frac{n^6}{n_M^6} \cdot \frac{e_n^2(\tau')}{n^2} + \pi \frac{M}{m_{eo}} \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2 \cdot d\xi_0 = Const. \quad (2.17)$$

Далі використаємо ці рівняння при моделюванні процесів модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в холодній та гарячій плазмі.

2.1.1 Вибір початкових умов

Кількість мод спектру збурень $-N < n < N$, $N = S/100$. Кількість іонів S буде визначена пізніше. Значення амплітуди хвилі накачування $a_0|_{\tau=0} = 0.06$, фази $\phi|_{\tau=0} = 0$. Початкова амплітуда ВЧ моди задається формулою $e_n|_{\tau=0} = e_{n0} = (2 + g) \cdot 10^{-3}$ в моделі для холодної плазми і формулою $e_n|_{\tau=0} = e_{n0} = (0.5 + g) \cdot 10^{-4}$ в моделі для гарячої плазми, де $g \in [0;1]$ – випадкове число. Фаза $\psi_n|_{\tau=0}$ для мод випадковим чином розподілена в інтервалі $0 \div 2\pi$. Напруженість електричного поля $\bar{E}_{nr}|_{\tau=0} = 0; \bar{E}_{ni}|_{\tau=0} = 0$ і щільність іонів $M_{nr}|_{\tau=0} = 0; M_{ni}|_{\tau=0} = 0$ [1].

Так як іони в розглянутих гібридних моделях представлені великими частинками, то слід визначити початкові координати і початкові швидкості частинок. Початковою швидкістю іонів можна знехтувати, поклавши її рівною нулю $d\xi_s/d\tau|_{\tau=0} = v_s|_{\tau=0} = 0$. За початковими координатами іони розподіляються рівномірно на інтервалі $-1/2 < \xi < 1/2$, що відповідає стандартним умовам опису подібних явищ [57].

Поглинання енергії ВЧ коливань відповідає $\theta \cdot n^6 / n_M^6$, де безрозмірні параметри $\theta = 0.05; n_M = 20$.

У моделі для холодної плазми параметр нормованого розлаштування $\Delta = 1$ [1].

Для гібридних моделей холодної та гарячої плазми розглядаються випадки легких і важких іонів (табл. 2.1) [7]. Параметри легких іонів (відношення маси іона до маси електрона) $\frac{M}{m_e} = 2 \cdot 10^3$ близькі до легкого водню (протію)

$\frac{M}{m_e} = 1.836 \cdot 10^3$. Параметри важких іонів $\frac{M}{m_e} = 1.25 \cdot 10^5$ близькі до іонів

заліза $\frac{M}{m_e} = 1.017 \cdot 10^5$, кобальту $\frac{M}{m_e} = 1.074 \cdot 10^5$, міді $\frac{M}{m_e} = 1.157 \cdot 10^5$, цинку $\frac{M}{m_e} = 1.2 \cdot 10^5$,

галію $\frac{M}{m_e} = 1.28 \cdot 10^5$.

Таблиця 2.1

**Параметри легких і важких іонів в гібридних моделях для холодної і
гарячої плазми**

	Легкі іони	Важкі іони
	$\frac{M}{m_e} = 2 \cdot 10^3$	$\frac{M}{m_e} = 1.25 \cdot 10^5$
Гібридна модель для холодної плазми	$\frac{m_e}{M} \cdot \frac{\omega_p^2}{\delta^2} = 0.43$ $\frac{\delta}{\omega_0} = 0.034; \frac{\omega_0}{\delta} = 29.4$	$\frac{m_e}{M} \cdot \frac{\omega_p^2}{\delta^2} = 0.1$ $\frac{\delta}{\omega_0} = 0.0088; \frac{\omega_0}{\delta} = 113.6$
Гібридна модель для гарячої плазми	$\frac{m_e}{M} \cdot \frac{\omega_p^2}{\delta^2} = 20$ $\frac{\delta}{\omega_0} = 3.5 \cdot 10^{-3}; \frac{\omega_0}{\delta} = 282.6$	$\frac{m_e}{M} \cdot \frac{\omega_p^2}{\delta^2} = 20$ $\frac{\delta}{\omega_0} = 4.5 \cdot 10^{-4}; \frac{\omega_0}{\delta} = 2234.4$

2.1.2 Коректність математичних моделей

Покажемо дотримання умов **теорема існування і єдиності рішення** систем диференційних рівнянь [74]. Системи рівнянь гібридних моделей холодної та гарячої плазми є системами першого порядку, вирішеними щодо похідних. Функції, які складають системи рівнянь, а також їх похідні, є **безперервними** в області визначення, тому що дотримані умови $e_n \neq 0, n \neq 0, m \neq 0, n \neq m, a_0 \neq 0, n_M \neq 0, \partial \tau \neq 0$.

Для оцінки похибки обчислень, наприклад, положення частинок ξ_s застосуємо правило Рунге $\varepsilon = \frac{|\xi_{\Delta t} - \xi_{\Delta t/2}|}{2^p - 1}$, де p – порядок точності чисельного методу вирішення диференційних рівнянь, наприклад, для методу Рунге-Кутти 4-го порядку $p = 4$. При зменшенні кроку за часом похибка знижується, а значить послідовність рішень чисельно сходиться до точного рішення у

випадку легких іонів (рис. 2.1). Аналогічний результат отримано також у випадку важких іонів.

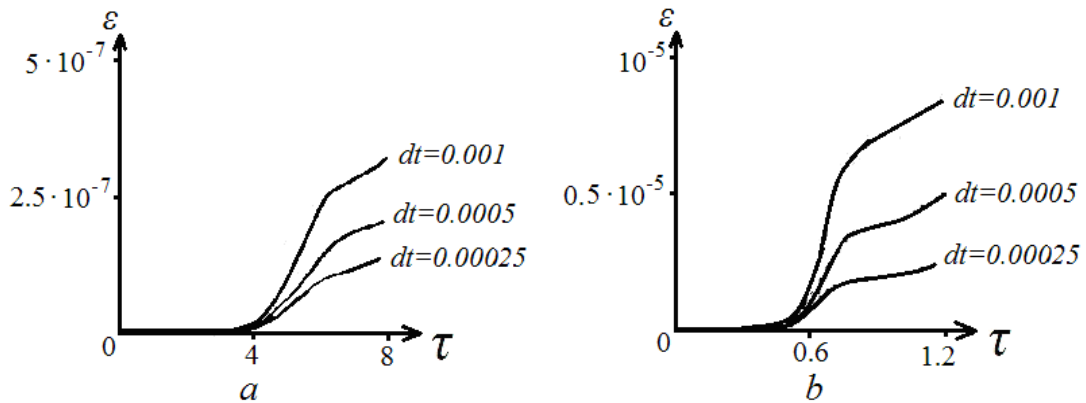


Рисунок 2.1 – Похибка в середньому для однієї частинки ξ_s при числі іонів $S = 2 \cdot 10^4$ (а – для моделі холодної плазми, б – для моделі гарячої плазми)

Для моделей холодної та гарячої плазми обраний крок $\Delta\tau$ – максимальний крок, при зменшенні якого вдвічі розподіл іонів змінюється не більше ніж на 1% (рис. 2.2). Чисельні експерименти проводяться до стабілізації енергії іонів – до $\tau = 8$ (модель холодної плазми, легкі іони) та $\tau = 1.2$ (модель гарячої плазми, легкі іони), тоді і відбувається порівняння розподілу іонів. Кількість іонів $S = 2 \cdot 10^4$.

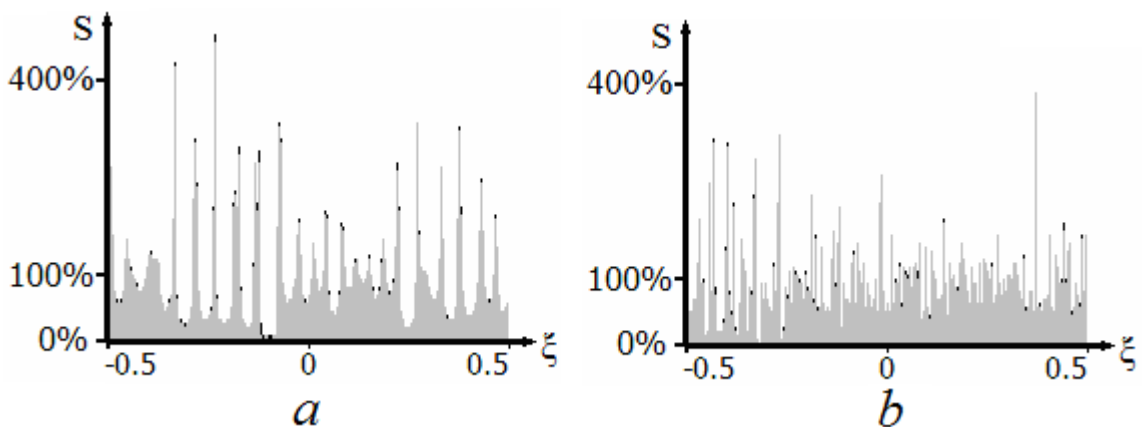


Рисунок 2.2 – Порівняння розподілу іонів $S(\xi)$ при накладенні двох розподілів один на одного (а – для моделі холодної плазми випадки $d\tau = 0.001; 0.0005$, б – для моделі гарячої плазми випадки $d\tau = 0.0005; 0.00025$). Співпадаючі значення показані сірим кольором, відмінності показані чорним кольором

У моделі холодної плазми для методу Ейлера випадки $d\tau = 0.001; 0.0005$ відрізняються на 0.95%, тому для подальших обчислень був обраний крок $d\tau = 0.001$. У моделі гарячої плазми для методу Ейлера випадки $d\tau = 0.0005; 0.00025$ відрізняються на 0.7%, тому для подальших обчислень був обраний крок $d\tau = 0.0005$. Для методу Рунге-Кутти в моделі холодної плазми обраний крок $d\tau = 0.004$, а в моделі гарячої плазми $d\tau = 0.002$.

2.1.3 Вплив початкових умов на розподіл іонів

Змінюючи початковий стан ВЧ спектру $e_n, \psi_n|_{\tau=0}$ вибором різної реалізації випадкового розподілу, можна побачити зміну картини розподілу моделюючих частинок на інтервалі розгляду $-1/2 < \xi < 1/2$ [1]. Видно, що характер процесу появи каверн якісно не змінюється у випадку легких іонів (рис. 2.3, 2.4). Аналогічний результат отримано також у випадку важких іонів.

Характер розподілу іонів в гібридній моделі для холодної плазми якісно подібний до отриманого розподілу іонів в роботі [75]. В гібридній моделі для гарячої плазми характер розподілу іонів подібний отриманому розподілу іонів в роботі [56], що свідчить про збіг якісної картини процесу. Причому для гідродинамічної моделі при тих же умовах автори [56] отримали більш гладкий розподіл зі значно меншою кількістю каверн; такі ж результати отримані іншими авторами в кінетичній моделі [76]. Тому виникає питання, чи не пов'язано це з недостатньою кількістю частинок в описі гібридної моделі.

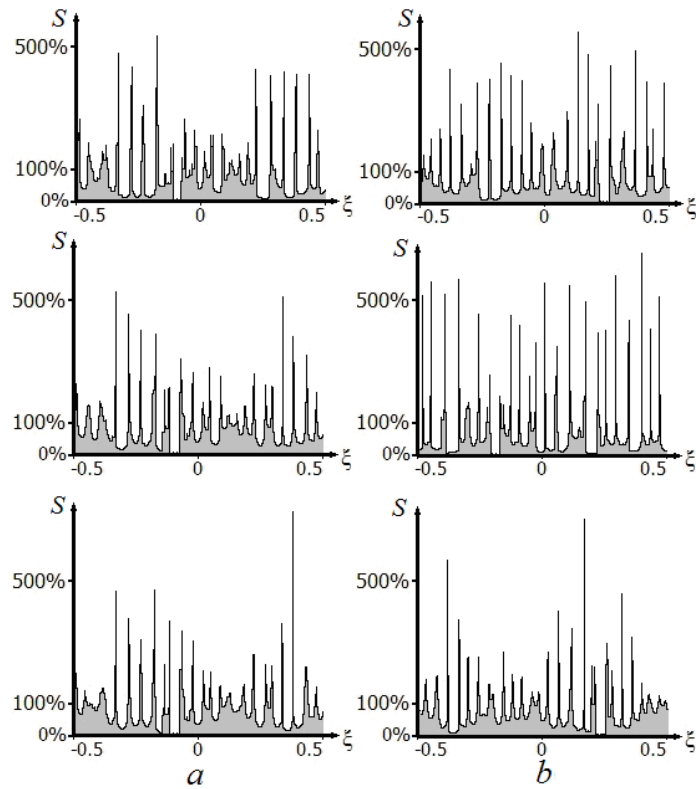


Рисунок 2.3 – Розподіл легких іонів $S(\xi)$ в залежності від початкових умов (a – змінюється початкова амплітуда e_{n0} , b – змінюється початкова фаза $\psi_n|_{\tau=0}$ мод ВЧ спектру) в моделі для холодної плазми

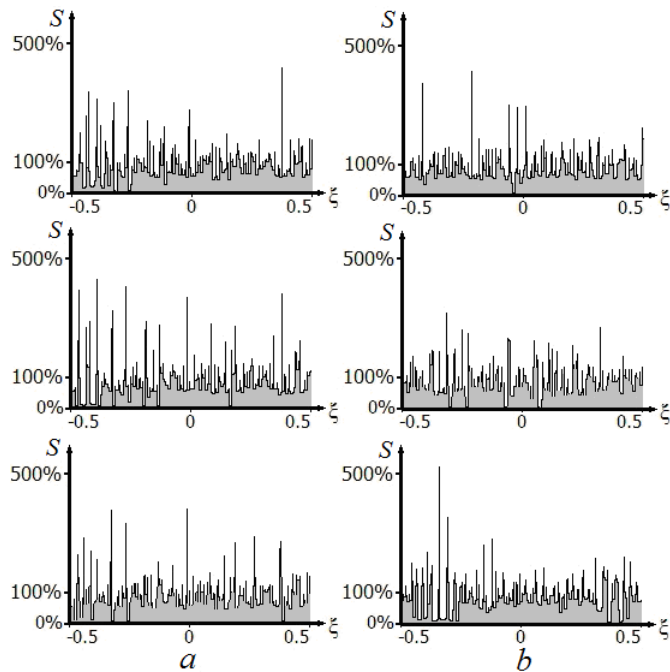


Рисунок 2.4 – Розподіл легких іонів $S(\xi)$ в залежності від початкових умов (a – змінюється початкова амплітуда e_{n0} , b – змінюється початкова фаза $\psi_n|_{\tau=0}$ мод ВЧ спектру) в моделі для гарячої плазми

2.1.4 Вплив кількості моделюючих частинок

Розглянемо, як змінюється розподіл іонів при різній кількості моделюючих частинок $s=10^4; 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$ (рис. 2.5). У випадку $s = 2 \cdot 10^4$ початкові значення фаз і амплітуд беруться з випадку $s = 10^4$ для співпадаючих мод $[-100; 100]$ цих двох випадків. Для інших мод $[-200; -100)$, $(100; 200]$ початкові значення задаються випадковими значеннями за наведеними раніше умовами. У випадку $s = 3 \cdot 10^4$ початкові значення фаз і амплітуд беруться з випадку $s = 2 \cdot 10^4$ для співпадаючих мод $[-200; 200]$ цих випадків. Для інших мод $[-300; -200)$, $(200; 300]$ початкові значення задаються також за наведеними раніше умовами [1].

У моделі для холодної плазми з легкими іонами випадки $s = 10^4; 2 \cdot 10^4$ відрізняються між собою на 2.5%, випадки $s = 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$ – на 1.05%. У моделі для гарячої плазми з легкими іонами випадки $s = 10^4; 2 \cdot 10^4$ відрізняються між собою на 5.7%, випадки $s = 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$ – на 0.3%.

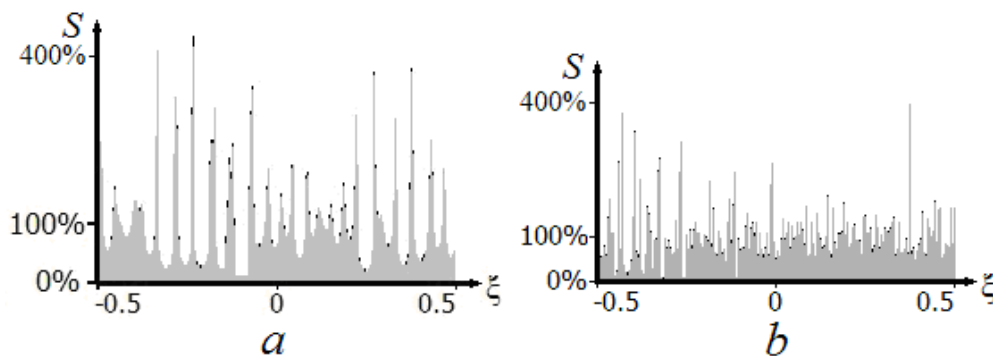


Рисунок 2.5 – Порівняння розподілу легких іонів $S(\xi)$ при накладенні двох розподілів один на одного (a – для моделі холодної плазми випадки $s = 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$, b – для моделі гарячої плазми випадки $s = 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$). Співпадаючі значення показані сірим кольором, відмінності показані чорним кольором

Отже, у випадку легких іонів обрано кількість часток $s = 2 \cdot 10^4$; таку саму кількість отримано й у випадку важких іонів. Використання $s = 2 \cdot 10^4$ частинок практично не змінює макроскопічні характеристики результатів параметричної

нестійкості в моделі холодної плазми (рис. 2.6) і в моделі гарячої плазми (рис. 2.7).

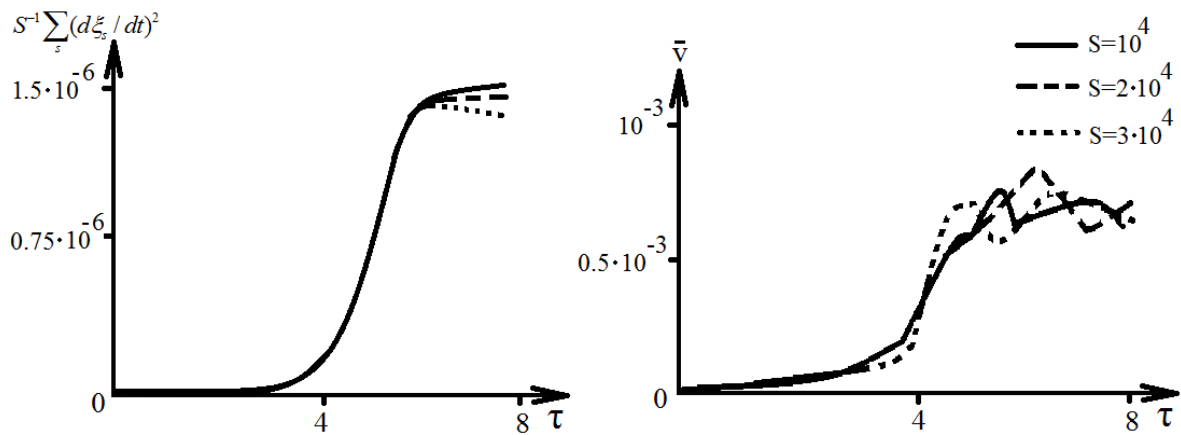


Рисунок 2.6 – Зміна значення $S^{-1} \sum_s (d\xi_s / dt)^2$ (зліва) і півширини розподілу легких іонів за швидкостями (праворуч) в моделі холодної плазми для випадків $S = 10^4; 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$

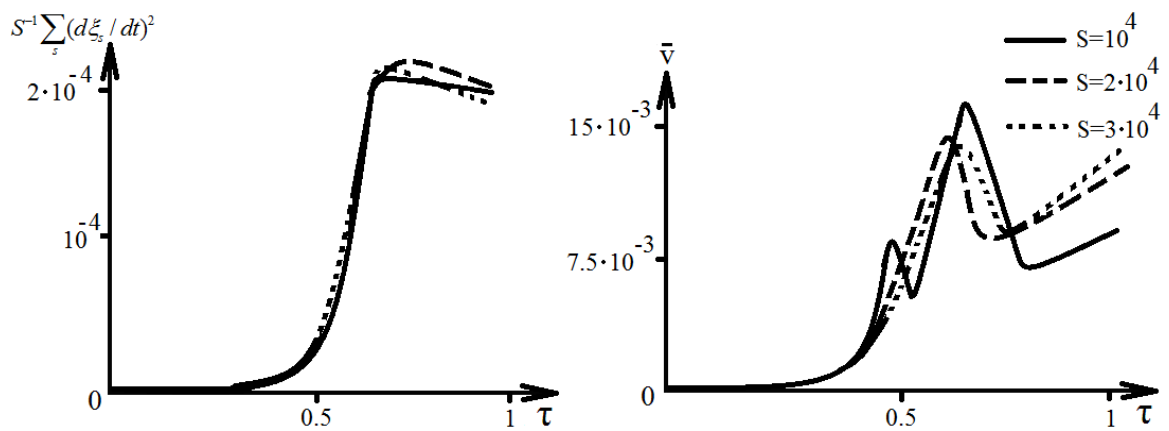


Рисунок 2.7 – Зміна значення $S^{-1} \sum_s (d\xi_s / dt)^2$ (зліва) і півширини розподілу легких іонів за швидкостями (праворуч) в моделі гарячої плазми для випадків $S = 10^4; 2 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4$

Розкид фізично важливих макроскопічних характеристик чисельних експериментів для різних початкових умов зменшується при збільшенні кількості моделюючих частинок.

2.1.5 Врахування дебаєвського радіусу екранування в моделях

Характерні розміри збурень іонів в плазмі не повинні перевищувати дебаєвський радіус (радіус екранування) іонів $r_{Di} = \frac{v_{Ti}}{\omega_{pi}}$, де v_{Ti} — теплова швидкість іонів, $\omega_{pi} = \omega_{pe} \left(\frac{m_e}{M}\right)^{1/2} \approx \omega_0 \left(\frac{m_e}{M}\right)^{1/2}$ — іонна плазмова частота. Припустимо, що теплова швидкість іонів приблизно дорівнює середній квадратичній швидкості іонів $v_{Ti} \approx \sqrt{\frac{1}{S} \sum_s v_s^2} = \bar{v}_i \equiv \langle v_i \rangle$. Тоді можна знайти відношення дебаєвського радіуса іонів до характерної довжини хвилі λ_0 , тобто $r_{Di} / \lambda_0 = r_{Di} k_0 / 2\pi$.

Для даної моделі можна записати $r_{Di} k_0 / 2\pi \equiv R_{Di}; \langle \frac{v_i k_0}{2\pi \gamma_L} \rangle > \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right) \left(\frac{M}{m_e} \right)^{1/2} \equiv \langle v_s \rangle > \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right) \left(\frac{M}{m_e} \right)^{1/2}$ [77].

Обмеження на масштаби іонних збурень можна розглядати як вимога враховувати тільки моди з номерами $|n| < n_{\max} \approx 1 / R_{Di}$, а іншими модами нехтуємо (табл. 2.2, 2.3).

Таблиця 2.2

Розрахунок номерів мод для занулення для кількості частинок $S = 2 \cdot 10^4$ і номерів мод $n \in [-200; +200]$, легкі іони

	модель холодної плазми	модель гарячої плазми
теплова швидкість іонів $v_{Ti} \approx \sqrt{\frac{1}{S} \sum_s v_s^2} = \bar{v}_i \equiv \langle v_i \rangle$	$v_{Ti} \approx 0.002$	$v_{Ti} \approx 0.015$
дебаєвський радіус в одиницях ξ $R_{Di} = \langle v_s \rangle > \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right) \left(\frac{M}{m_e} \right)^{1/2}$	$R_{Di} = 0.002 \cdot 0.034 \cdot \sqrt{2 \cdot 10^3} = 0.00304$	$R_{Di} = 0.015 \cdot 0.0035 \cdot \sqrt{2 \cdot 10^3} = 0.00235$
найбільший номер дозволеної моди $n_{\max} = 1 / R_{Di}$	$n_{\max} = 1 / R_{Di} = 1 / 0.00304 = 328$	$n_{\max} = 1 / R_{Di} = 1 / 0.00235 = 426$
моди для занулення $ n > n_{\max}$	немає мод для занулення	

Таблиця 2.3

Розрахунок номерів мод для занулення для кількості часток $S = 2 \cdot 10^4$ і номерів мод $n \in [-200; +200]$, важкі іони

	модель холодної плазми	модель гарячої плазми
теплова швидкість іонів $v_{Ti} \approx \sqrt{\frac{1}{S} \sum_s v_s^2} = \bar{v}_i \equiv \langle v_i \rangle$	$v_{Ti} \approx 0.0005$	$v_{Ti} \approx 0.0065$
дебаєвський радіус в одиницях ξ $R_{Di} = \langle v_s \rangle \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right) \left(\frac{M}{m_e} \right)^{1/2}$	$R_{Di} = 0.0005 \cdot 0.0088 \cdot \sqrt{125 \cdot 10^3} = 0.0016$	$R_{Di} = 0.0065 \cdot 0.00045 \cdot \sqrt{125 \cdot 10^3} = 0.001$
найбільший номер дозволеної моди $n_{\max} = 1 / R_{Di}$	$n_{\max} = 1 / R_{Di} = 1 / 0.0016 = 625$	$n_{\max} = 1 / R_{Di} = 1 / 0.001 = 1000$
моди для занулення $ n > n_{\max}$	немає мод для занулення	

2.1.6 Збереження енергії в системі

Розвиток нестійкості в гібридних моделях холодної і гарячої плазми розглянуто в роботах [1, 3, 7]. Темп загасання високочастотних мод визначає швидкість вигорання поля в кавернах щільності, звідки високочастотне поле витісняє частинки. Енергія основної хвилі спочатку переходить в високочастотне поле короткохвильового ленгмюрівського спектру, при цьому формуються низькочастотні збурення. При цьому ВЧ поле починає витісняти іони, через що утворюються каверни в щільності іонів (ямки в розподілі іонів за ξ). Потім енергія ВЧ спектру в значній мірі передається електронам. Невелика частина енергії основної хвилі згодом переходить в кінетичну енергію іонів. Амплітуда основної хвилі після декількох осциляцій стабілізується на досить низькому рівні. Основна енергія тепер міститься в збуреннях електронного компонента плазми (рис. 2.8).

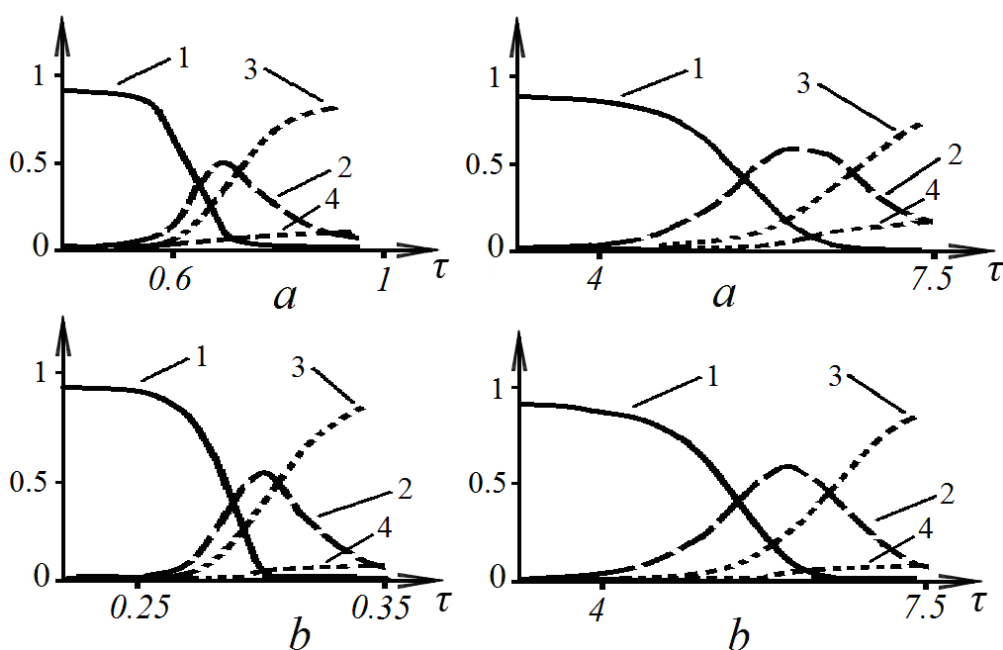


Рисунок 2.8 – Відносні значення енергії основної хвилі (1), енергії дрібномасштабного ленгмюрівського спектру (2), енергії, переданої електронам (3) і іонам (4) плазми, для моделі гарячої плазми (зліва) і моделі холодної плазми (праворуч) для легких іонів (a) і важких іонів (b)

У випадку важких іонів передана іонам енергія менше, ніж у випадку легких іонів. У випадку гарячої плазми передана іонам енергія менше, ніж у випадку холодної плазми.

2.1.7 Визначення подібності процесів нестійкості на основі результатів моделювання у випадках холодної і гарячої плазми

Процеси розвитку нестійкості, характер і механізми збудження коливань в розглянутих гібридних моделях холодної і гарячої плазми подібні внаслідок подібності систем рівнянь [24, 50, 51], що можна підтвердити далі на основі результатів моделювання.

На нелінійній стадії нестійкості основна хвиля (хвиля накачування) починає стрімко втрачати енергію. Далі амплітуда основної хвилі, випробувавши кілька осциляцій, стабілізується на досить низькому рівні у всіх розглянутих випадках (рис. 2.9).

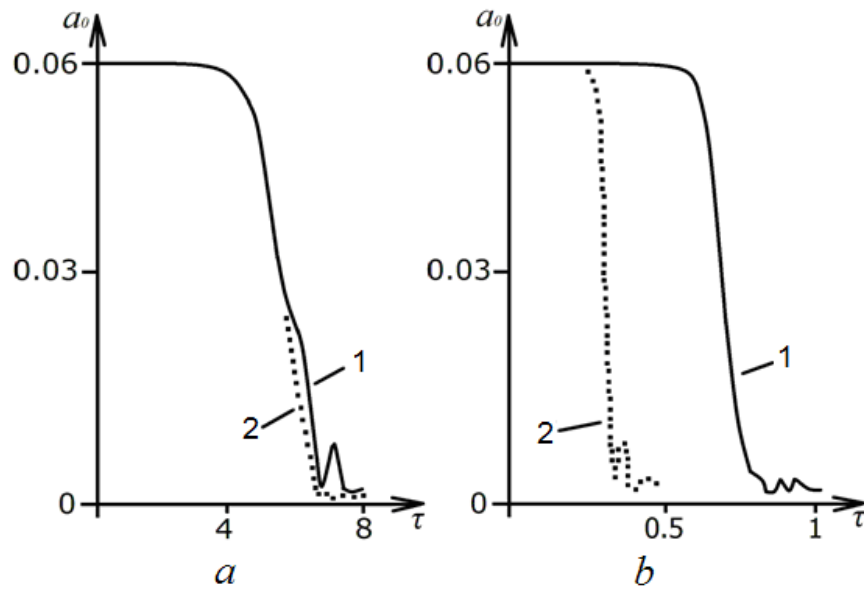


Рисунок 2.9 – Поведінка амплітуди основної хвилі з часом (*a* – модель холодної плазми, *b* – модель гарячої плазми) для легких (1) і важких (2) іонів

На нелінійній стадії нестійкості основна енергія міститься в короткохвильовому ленгмюрівському спектрі. Деяка невелика частина початкової енергії в потенційних ямах каверн переходить в кінетичну енергію іонів (рис. 2.10).

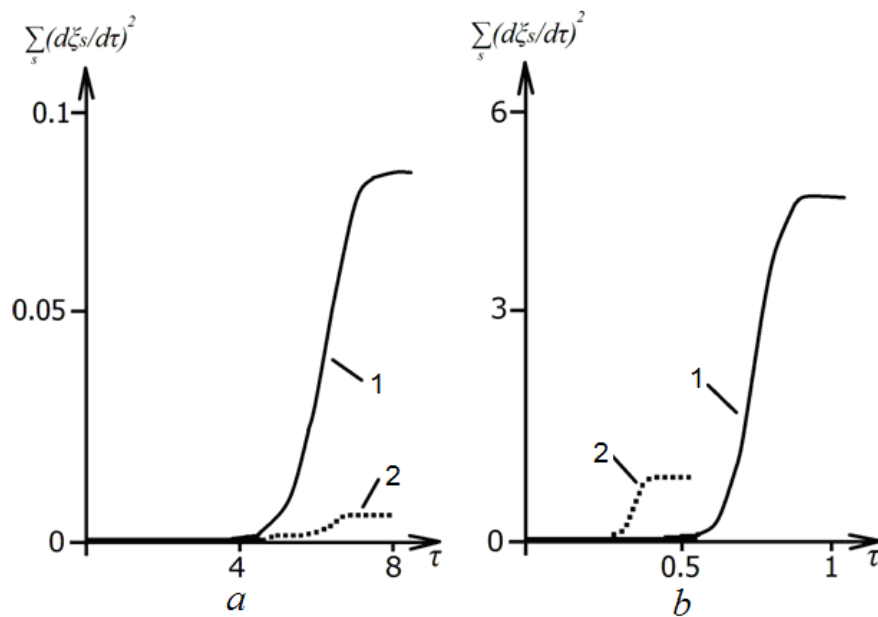


Рисунок 2.10 – Зміна енергії іонів $\sum_s (d\xi_s/dt)^2$ з часом (*a* – модель холодної плазми, *b* – модель гарячої плазми) для легких (1) і важких (2) іонів

При розвитку нестійкості іони набувають швидкості, а значить змінюється розподіл іонів за швидкостями. Однією з характеристик, за якими можна дивитися еволюцію розподілу є поведінка її півширини – ширини розподілу на половині висоти. На рис. 2.11 видно якісну подібність зміни півширини в моделях холодної і гарячої плазми. На рис. 2.12 видно подібність у розподілі частинок по енергіях, проте модель для холодної плазми відрізняється наявністю більш вираженого хвоста розподілу, тобто наявністю групи швидких частинок.

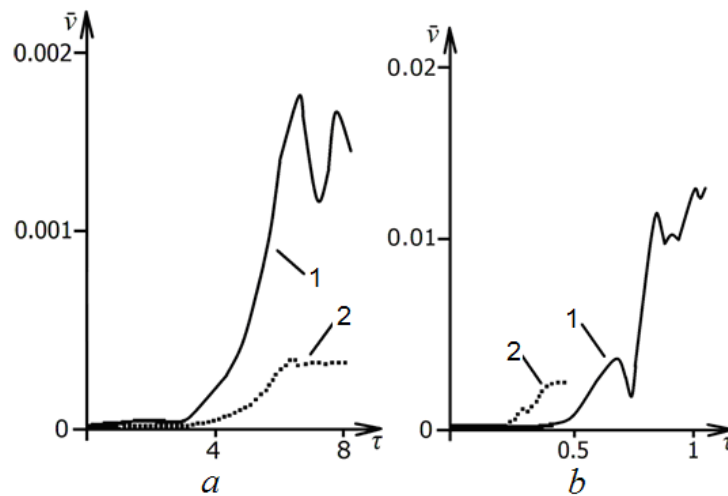


Рисунок 2.11 – Поведінка півширини функції розподілу іонів за швидкостями $d\xi_s/d\tau$ з часом (a – модель холодної плазми, b – модель гарячої плазми) для легких (1) і важких (2) іонів

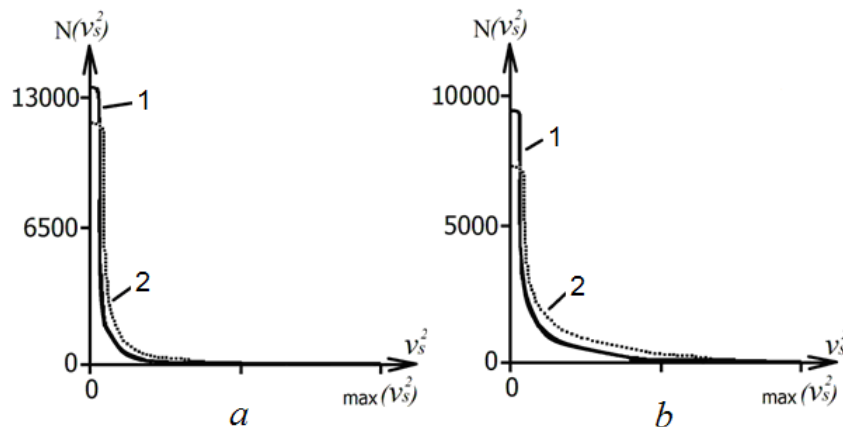


Рисунок 2.12 – Функції розподілу іонів за $(d\xi_s/d\tau)^2$ (a – модель холодної плазми, b – модель гарячої плазми) для легких (1) і важких (2) іонів

Отже, у гарячій і холодній плазмі у випадках легких і важких іонів існує глибокий зв'язок між процесами модуляційної нестійкості довгохвильових ленгмюрівських коливань.

2.1.8 Визначення іонно-звукових коливань на основі результатів моделювання

Порушення колективних іонних коливань (рис. 2.13) визначається рівнянням $\frac{d\Phi_n}{d\tau} = -\left\{\frac{d}{d\tau} \frac{M_{nr}}{\sqrt{M_{nr}^2 + M_{ni}^2}}\right\} / \left\{\frac{M_{ni}}{\sqrt{M_{nr}^2 + M_{ni}^2}}\right\}$, де фази Φ_n НЧ мод спектру можна знайти з виразу $M_n = M_{nr} + iM_{ni} = \sqrt{M_{nr}^2 + M_{ni}^2} \cdot \exp\{i\Phi_n\}$ [5, 8, 78].

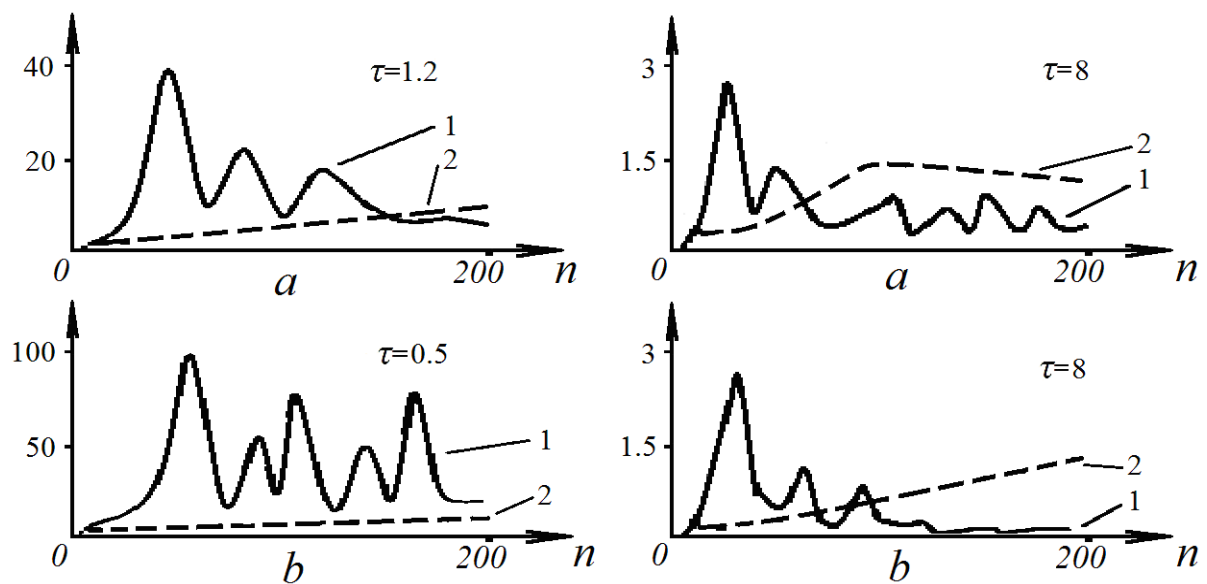


Рисунок 2.13 – Амплітуда мод низькочастотного спектру і залежність частоти від хвильового числа мод для моделі гарячої плазми (зліва) і моделі холодної плазми (праворуч) для легких іонів (a) і важких іонів (b) (1 – спектр M_n , 2 – згладжена середня $\partial\Phi_n/\partial\tau$ на розвиненій стадії нестійкості)

З рис. 2.13 видно, що амплітуда коливань мод в низькочастотному спектрі слабо спадає з ростом індексу моди в моделі для гарячої плазми, що відповідає спектру іонно-звукових хвиль [45]. У моделі холодної плазми амплітуда

коливань мод в низькочастотному спектрі спадає сильніше.

Для обох моделей кінетична енергія іонів в обраній вище нормовці $\frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} d\xi_{s0} \left(\frac{d\xi_s}{d\tau} \right)^2$, а енергії колективних збуджень для моделей холодної і гарячої плазми мають вигляд, відповідно $\frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{m}{M} \right) \frac{1}{n_M^2} \frac{\delta}{\omega_{pe}} \sum_n |M_n|^2$, $\frac{1}{8\pi^2} \frac{m}{M} \sum_n \frac{1}{n^2} [1 - J_0^2(a_n) + \frac{2}{3} J_2^2(a_n)] \cdot |M_n|^2$ [5, 8, 78], причому в моделі для гарячої плазми ці коливання носять назву іонно-звукових.

На рис. 2.14 показана динаміка зміни енергії іонів і енергії низькочастотного поля від часу. Енергія низькочастотного поля виявляється багато менше енергії іонів. Причому з часом енергія низькочастотного поля передається іонам, а тому вона зменшується, що видно на рис. 2.14. Зменшення енергії поля також пов'язано з руйнуванням каверн в плазмі [45].

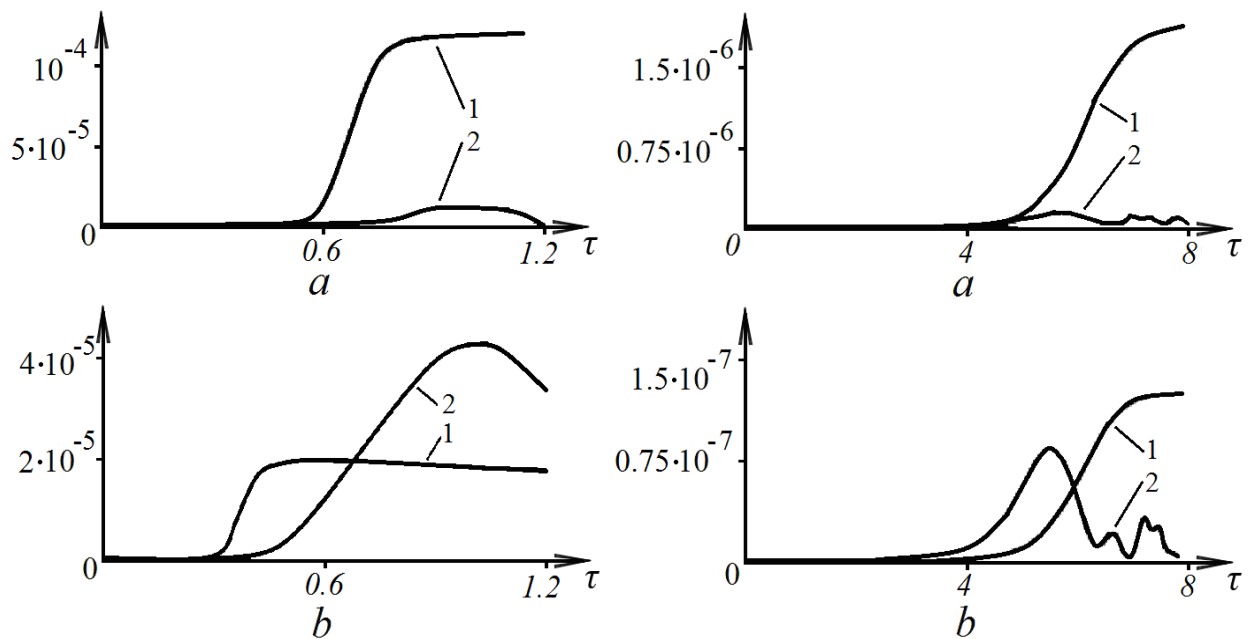


Рисунок 2.14 – Енергія іонів і низькочастотного поля для моделі гарячої плазми (зліва) і моделі холодної плазми (праворуч) для легких іонів (a) і важких іонів (b) (1 – кінетична енергія іонів, 2 – енергія низькочастотного поля, помножена на 70)

2.2 Модель системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання»

Можна отримати рівняння моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» [6, 79].

Рівняння (1.26) можна записати як два рівняння для дійсної амплітуди A_{0p} і фази φ_{0p} моди довгохвильового спектру:

$$\frac{1}{p} \frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} + \Theta \frac{A_{0p}}{p} = -R_{0p} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V_b / V_{0b}) \sin(2\pi p \zeta_b - \varphi_{0p}) d\zeta_0, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \varphi_{0p}}{\partial \tau} + \Delta_p = R_{0p} \frac{p}{A_{0p}} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V_b / V_{0b}) \cos(2\pi p \zeta_b - \varphi_{0p}) d\zeta_0, \quad (2.19)$$

де $R_{0p} = \frac{2\gamma_{b0}^3}{p_0} \frac{p^2}{p^2 + p_0^2} G$, $G=1$, $V_{0b} = \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{1}{2\pi p_0}$, $\Delta_p = \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{p}{p_0} \frac{p^2 - p_0^2}{p^2 + p_0^2}$. Вибір співвідношення

$\omega_{pe} / \delta = 29.4$ визначається характерним часом розвитку модуляційної нестійкості в холодній плазмі [3, 9], з перспективою подальшого використання даної моделі для режимів не тільки в умовах лінійної дисипації, а й в режимах нелінійного поглинання.

Амплітуда a_0 і фаза ϕ_0 збуджуваних пучком електронів довгохвильових ленгмюрівських коливань у фіксованій точці в лабораторній системі відліку:

$$a_0 = p_0 \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right)^2 \sqrt{\left[\sum_{p_{min}}^{p_{max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi'_{0p}) \right]^2 + \left[\sum_{p_{min}}^{p_{max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi'_{0p}) \right]^2}, \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_0}{\partial \tau} = & \{ \cos(\phi_0) \sum_{p_{min}}^{p_{max}} \left[\frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} \frac{1}{p} \sin(\varphi'_{0p}) + \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi'_{0p}) \frac{\partial \varphi'_{0p}}{\partial \tau} \right] - \\ & - \sin(\phi_0) \sum_{p_{min}}^{p_{max}} \left[\frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} \frac{1}{p} \cos(\varphi'_{0p}) - \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi'_{0p}) \frac{\partial \varphi'_{0p}}{\partial \tau} \right] \} / \\ & / \sqrt{\left[\sum_{p_{min}}^{p_{max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi'_{0p}) \right]^2 + \left[\sum_{p_{min}}^{p_{max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi'_{0p}) \right]^2}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\text{де } \dot{\varphi}_{0p} = \varphi_{0p} + \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{(p - p_0)\tau}{p_0}.$$

Рівняння руху частинок, що моделюють пучок:

$$\frac{d\zeta_b}{d\tau} = V_b, \quad (2.22)$$

$$\frac{dV_b}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\gamma_b^3} \sum_{p=1}^p \frac{A_{0p}}{p} \sin(2\pi p\zeta_b - \varphi_{0p}), \quad (2.23)$$

$$\text{причому } \gamma_b = \gamma_b(\tau) = [1 - V_{0b}^2 (1 + \frac{V_b}{V_{0b}})^2 / C^2]^{-1/2}, \quad C = \frac{1}{2\pi p_0} \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{1}{\beta_0}, \quad \beta_0 = (1 - \gamma_{b0}^{-2})^{1/2}.$$

Поле в системі спокою пучка має вигляд

$$E(\zeta_{0b}) = \{ [\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(2\pi p\zeta_{0b} + \varphi_{0p})]^2 + [\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(2\pi p\zeta_{0b} + \varphi_{0p})]^2 \}^{1/2}. \quad (2.24)$$

Система рівнянь (2.18) – (2.24) описує збудження пучком електронів довгохвильових коливань і в цих умовах виконується співвідношення, що представляє собою інтеграл системи рівнянь

$$\sum_{p=1}^p \frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \frac{A_{0p}^2}{p^2} + 2\Theta \sum_{p=1}^p (\frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \sum_0^\tau \frac{A_{0p}^2}{p^2} \partial\tau) + 2\pi C^2 \gamma_{b0}^3 \frac{\delta}{\omega_{pe}} G \frac{1}{N} \sum_{b=1}^N (\gamma_b - \gamma_{b0}) = const. \quad (2.25)$$

Інтеграл (2.25) – це закон збереження енергії в системі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання». Перший доданок в (2.25) відповідає за щільність енергії поля поздовжніх коливань в поточний момент, другий – за втрату енергії в одиниці об'єму за рахунок дисипативних механізмів поглинання енергії коливань в плазмі (дисипація за рахунок зіткнень), третій – визначає енергію, втрачену частинками пучка в одиниці об'єму [4, 79].

Для визначення ступеня синхронності зміни середньої швидкості пучка та фазової швидкості резонансної моди з номером $p = p_0$ можна ввести критерій синхронізації

$$CIN = \frac{2\pi p_0}{\partial \phi_0 / \partial \tau} \frac{1}{N} \sum_{b=1}^N V_b, \quad (2.26)$$

а також середню швидкість, середньоквадратичне відхилення швидкості від її середнього значення і середнє значення релятивістського фактора, тобто

$$\bar{V} = \frac{1}{N} \sum_{b=1}^N V_b, \quad V_\sigma = \frac{1}{N} \sum_{b=1}^N \sqrt{(V_b - \bar{V})^2}, \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{N} \sum_{b=1}^N \gamma_b. \quad (2.27)$$

2.2.1 Вибір початкових умов

Для нерелятивістського пучка обрано значення релятивістського фактору $\gamma_{b0} = 1.6$ [10], а для релятивістського пучка значення $\gamma_{b0} = 10$ [6]. При $\gamma_{b0} > 10$ інтеграл системи рівнянь (2.25) починає порушуватися, що вимагає, мабуть, іншої форми представлення даних в рівняннях для частинок пучка.

Розглянемо випадки поглинання в системі для нерелятивістського пучка в діапазоні $\Theta = [0; 7]$, а для релятивістського пучка – в діапазоні $\Theta = [0; 1]$. При поглинанні $\Theta > 1$ для релятивістського пучка результати починають порушуватися також через зростаюче неузгодження масштабів зміни параметрів моделі на одному кроці за часом [6].

Кількість мод спектру $P = 150$. Індекс основної моди спектру $p_0 = 100$. Індеси мод змінюються в діапазоні $p = 1..150$. Значення $p_{\min}, p_{\max}$ симетричні щодо p_0 і будуть визначені окремо. Кількість частинок пучка в одновимірному випадку $I = 50 \cdot P = 7500$, що відповідає реальним згусткам в тривимірному випадку. Частинки рівномірно розподілені в початковий момент часу на інтервалі $-0.5 < \zeta_b < 0.5$, швидкості частинок $V_b|_{\tau=0} = 0$, $\gamma_b|_{\tau=0} = \gamma_{b0}$ [6].

Початкові значення $\frac{A_{0p}}{p}|_{\tau=0} = 10^{-5}$, $\phi_{0p}|_{\tau=0} \in [0; 2\pi]$ – випадкове число,

$$a_0|_{\tau=0} = p_0 \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right)^2 \sqrt{\left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\phi_{0p}) \right]^2 + \left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\phi_{0p}) \right]^2}, \quad \phi_0|_{\tau=0} = 0.$$

2.2.2 Коректність математичної моделі

Покажемо дотримання умов *теорему існування і єдиності* [74]. Функції системи рівнянь моделі «електронний пучок – плазмові коливання» і їх похідні є безперервними, тому що дотримані умови $A_{0p} \neq 0, p \neq 0, V_{0b} \neq 0, \gamma_b \neq 0, \partial \tau \neq 0$. Також

очевидно, що
$$\left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi'_{0p}) \right]^2 > 0; \left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi'_{0p}) \right]^2 > 0 \quad \text{у}$$

виразі
$$\sqrt{\left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi'_{0p}) \right]^2 + \left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi'_{0p}) \right]^2}.$$

Для оцінки похибки обчислень, наприклад, положення частинок ζ_b застосуємо правило Рунге $\varepsilon = \frac{|\zeta_{\Delta t} - \zeta_{\Delta t/2}|}{2^p - 1}$, де p – порядок точності чисельного методу вирішення диференціальних рівнянь, наприклад, для методу Рунге-Кутти 4-го порядку $p = 4$. При зменшенні кроку за часом похибка знижується, а значить, послідовність рішень чисельно **сходиться** до точного рішення (рис. 2.15).

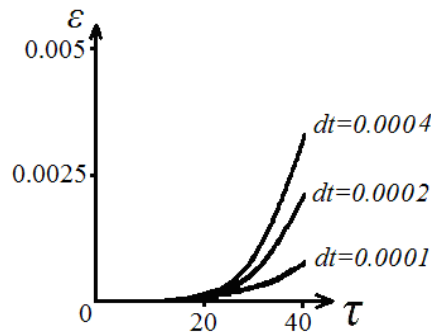


Рисунок 2.15 – Похибка в середньому для однієї частинки ζ_b для $\gamma_{b0} = 1.6$ та

$$\Theta = 0$$

Для моделі обраний крок за часом $\Delta \tau = 5 \cdot 10^{-5}$ – максимальний крок, при зменшенні якого вдвічі розподіл електронів змінюється не більше ніж на 1% (рис. 2.16), як було зроблено і для моделей модуляційної нестійкості.

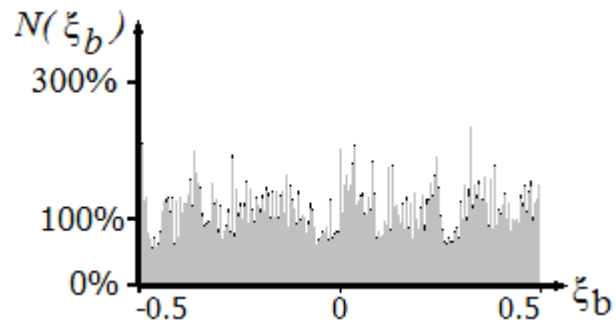


Рисунок 2.16 – Порівняння розподілів електронів $N(\xi_b)$ при накладенні двох розподілів один на одного для випадків $d\tau = 10^{-4}; 5 \cdot 10^{-5}$. Загальні величини показані сірим кольором, відмінності показані чорним кольором

Покажемо, що зміна вхідних даних не призводить до значної зміни результатів, тобто можна говорити про **стійкість рішення** до зміни вхідних даних на прикладі виду спектру збурень (рис. 2.17).

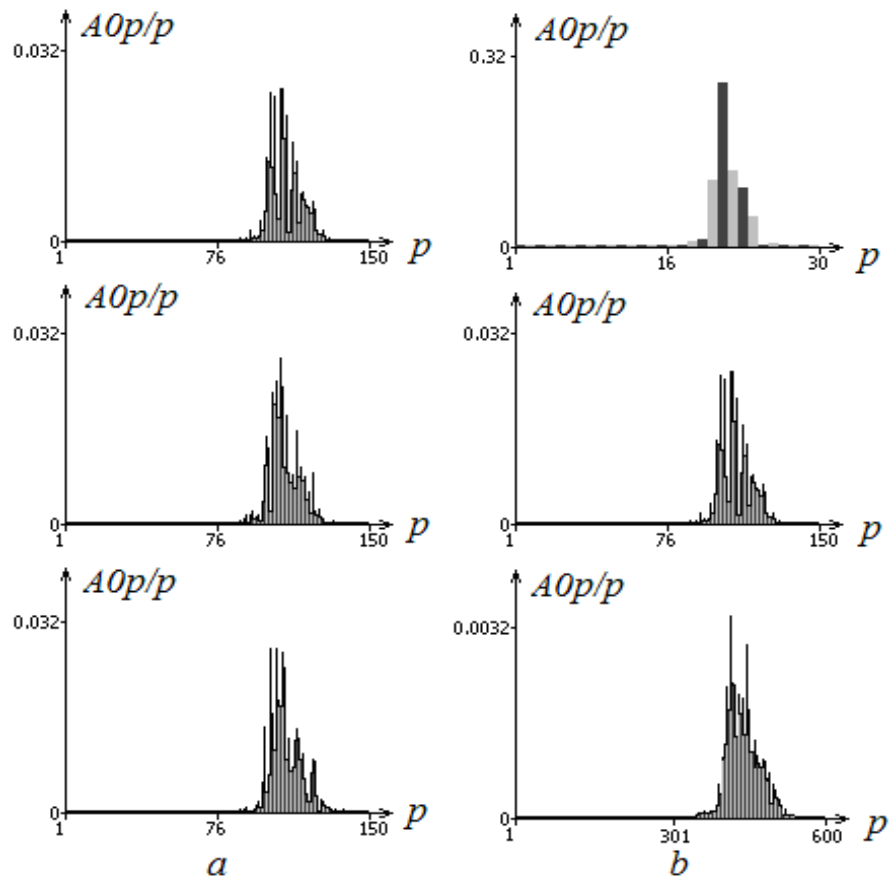


Рисунок 2.17 – Вид спектру при різних реалізаціях випадкового розподілу початкових значень фази $\varphi_{0p} \in [0; 2\pi]$ (зліва) і кількості мод спектру (праворуч)

2.2.3 Збереження енергії в системі

Можна привести характер розподілу енергії на збудження коливань і поглинання енергії частинками плазми. У багатомодовому режимі втрати енергії пучка, які обумовлені поглинанням в системі, досить великі [10, 59] у порівнянні з одномодовим режимом [80, 81]. Причина цього в тому, що всі збуджені моди спектру втрачають свою енергію, що помітно збільшує величину інтегральних втрат.

Енергія, втрачена частинками пучка, переходить в енергію поля поздовжніх коливань (ленгмюрівська хвиля) і енергію, втрачену за рахунок поглинання енергії коливань в плазмі. Закон збереження (2.25) при цьому виконується (рис. 2.18).

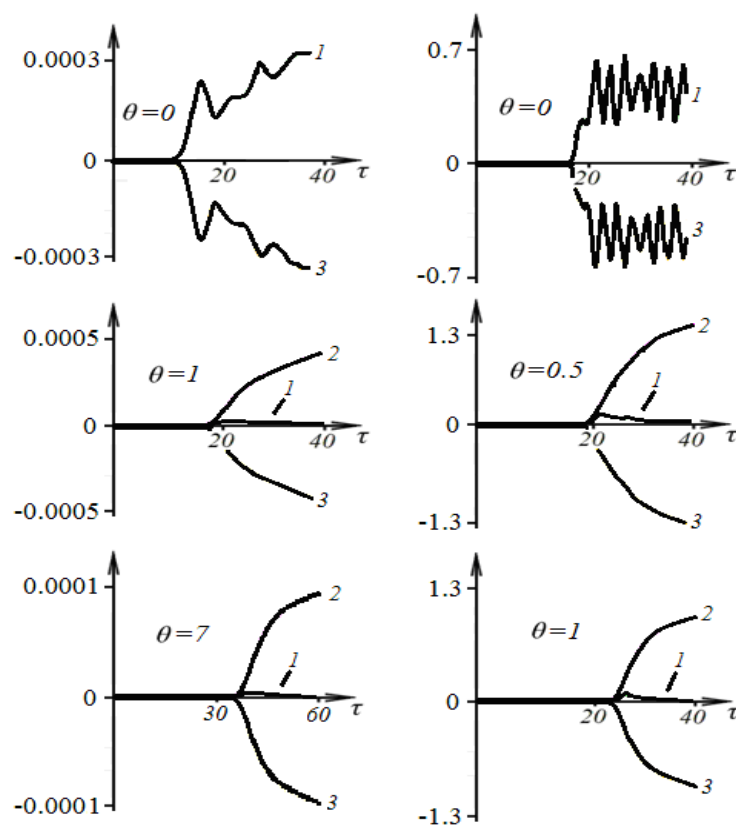


Рисунок 2.18 – Енергія поля поздовжніх (ленгмюрівських) коливань (1), енергія, втрачена за рахунок поглинання енергії коливань в плазмі (2), енергія, втрачена частинками пучка (3) для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$ (праворуч)

2.2.4 Визначення півширини спектру коливань

Обмежимося для визначення поля ленгмюрівських коливань в плазмі тільки модами спектру коливань, які знаходяться в межах його півширини. Починаючи з досягнення першого максимуму щільності енергії коливань, розвивається нелінійний режим нестійкості. З цього моменту можна знайти середню за часом півширину (full width at half maximum – FWHM) спектру збуджених коливань [6].

З'ясування величини півширини спектру дозволяє знайти значення $p_{\min}, p_{\max}$. Так, наприклад, середнє значення півширини спектру $\frac{A_{0p}}{p}$ на обраному проміжку для $\gamma_{b0}=1.6$ та $\Theta=0$ становить 10.4. Виходячи з цього, інтервал $[p_{\min}; p_{\max}]$ обраний рівним 11 мод, але не 10 мод для збереження симетрії $[p_{\min}; p_{\max}]$ щодо p_0 . При розмірі інтервалу $[p_{\min}; p_{\max}]$ 11 мод та $p_0=100$ у випадку $\gamma_{b0}=1.6$ та $\Theta=0$ виходить $p_{\min}=95, p_{\max}=105$. Аналогічно обраний інтервал $[p_{\min}; p_{\max}]$ для інших випадків, виходячи зі знайдених середніх значень півширини спектру (рис. 2.19).

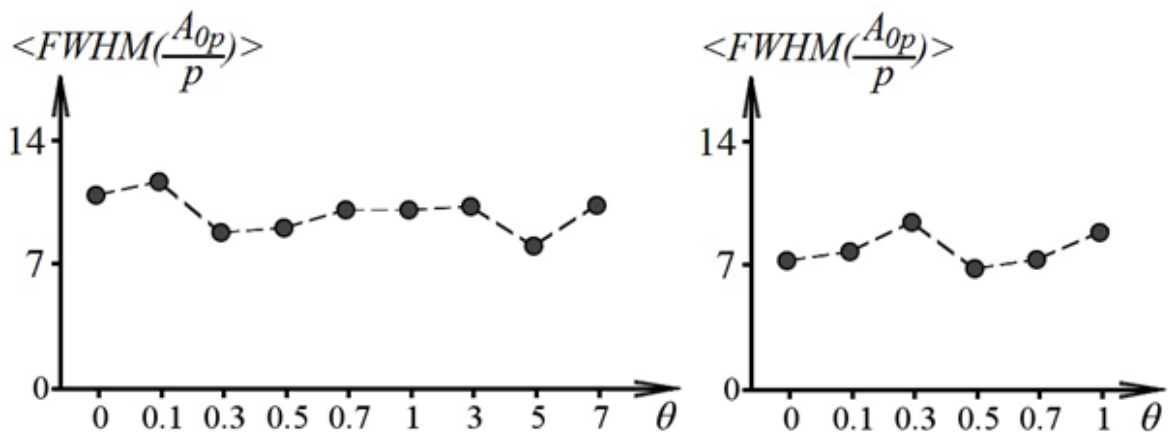


Рисунок 2.19 – Середня півширина ($\langle FWHM \rangle$) спектру як функція поглинання Θ для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0}=1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0}=10$ (праворуч)

2.2.5 Характеристики спектру коливань у різних режимах

Основна хвиля a_0 (2.20) отримує енергію пучка електронів, а потім втрачає її шляхом передачі частинкам плазми та виводу з пучково-плазмового генератору в залежності від ступеня поглинання. Зі зростом поглинання основна хвиля, як і весь спектр, зростають менше, а після виходу їх енергії на максимум швидше втрачають енергію (рис. 2.20).

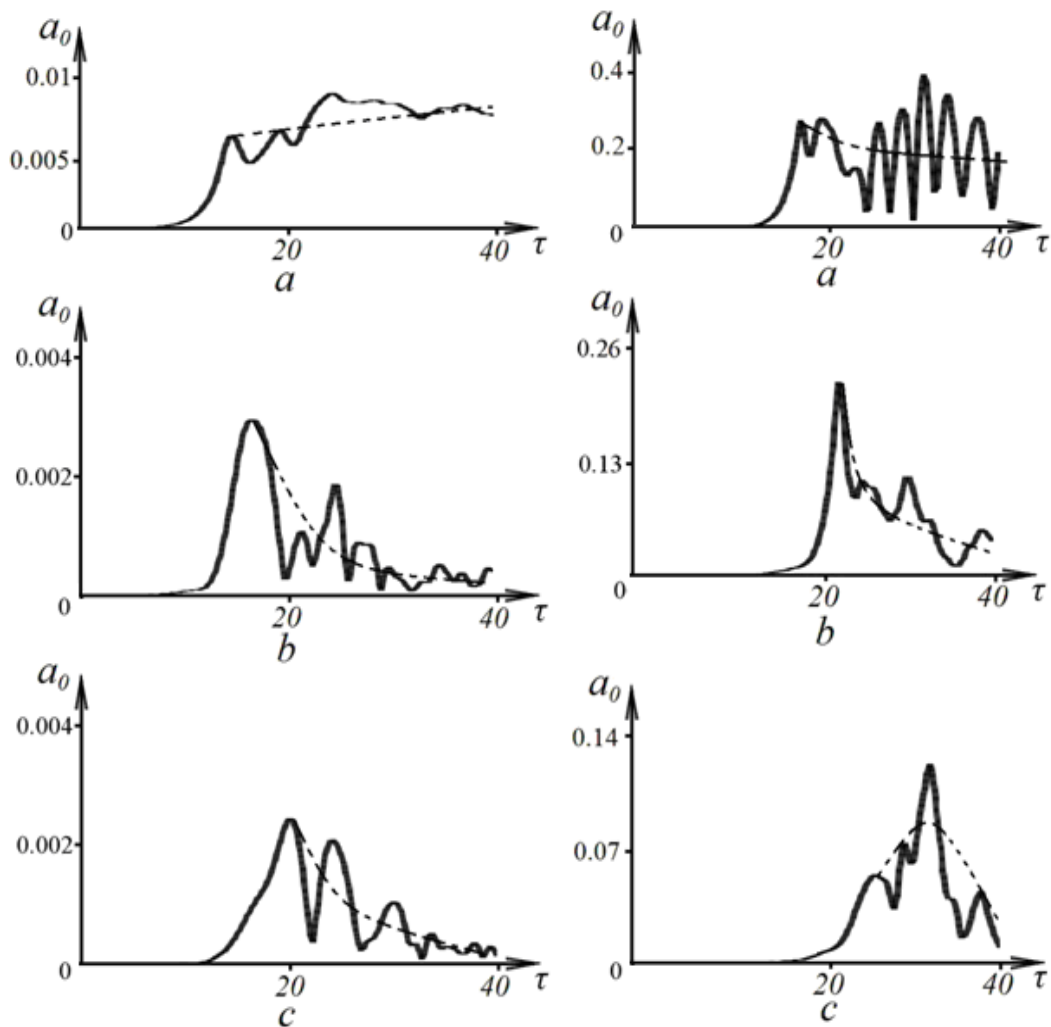


Рисунок 2.20 – Поведінка амплітуди поля ленгмюрівських коливань a_0 від часу для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$ (праворуч) (a – $\Theta = 0$, b – $\Theta = 0.5$, c – $\Theta = 1$). Пунктиром представлено згладжені значення амплітуди поля

Поведінка фази ленгмюрівських коливань від часу $d\phi_0/d\tau$ якісно не змінюється в різних режимах (рис. 2.21).

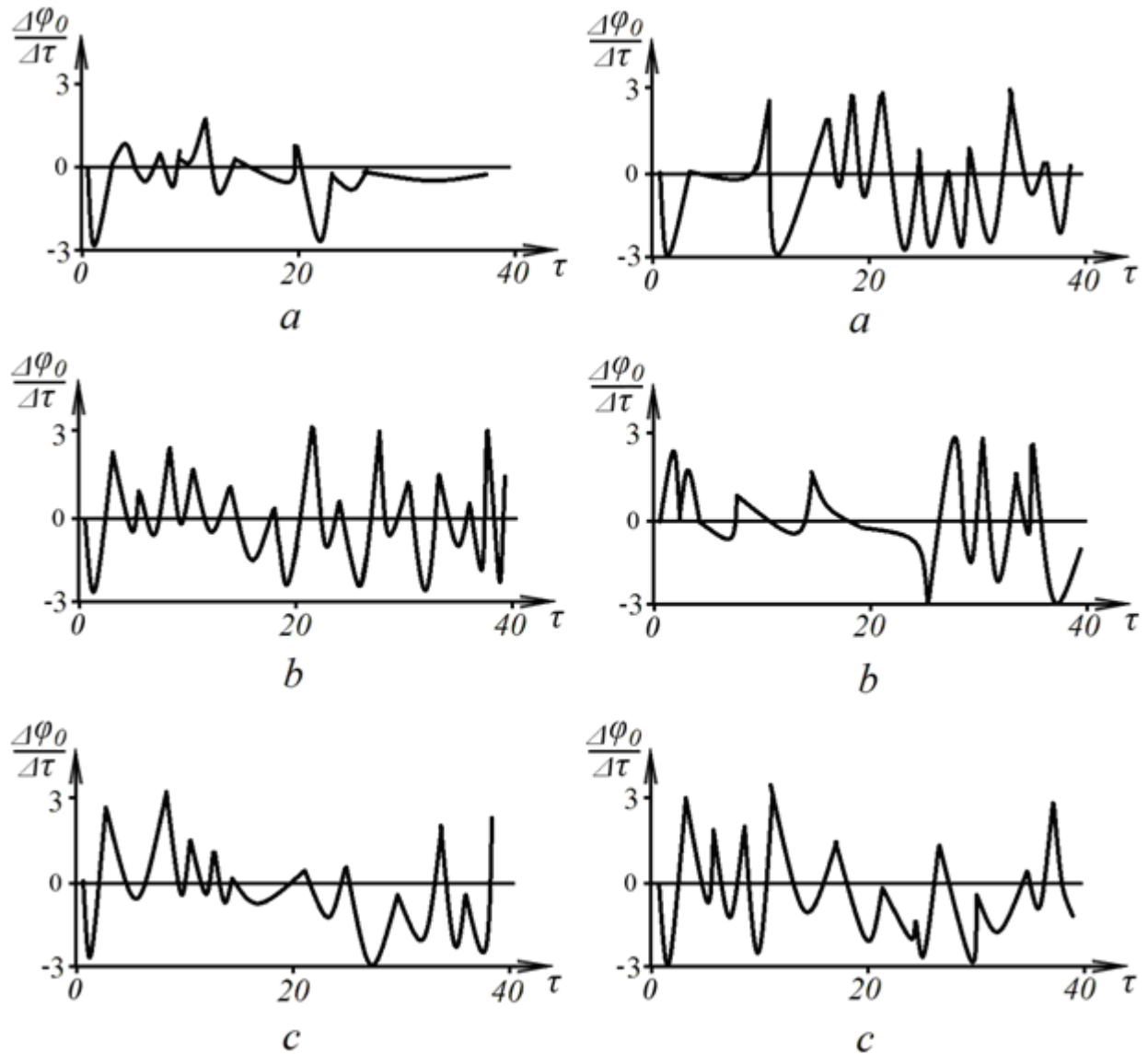


Рисунок 2.21 – Поведінка зміни фази середнього поля $\Delta\phi_0/\Delta\tau$ від часу для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0}=1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0}=10$ (праворуч) (а – $\Theta=0$, б – $\Theta=0.5$, с – $\Theta=1$)

Можна визначити характеристики спектру коливань – середню зміну частоти спектру (2.28) (рис. 2.22) та середньоквадратичне відхилення значення частоти від її середнього значення (2.29) (рис. 2.23) на інтервалі від τ_{MIN} (коли

досягнуто перший максимум щільності енергії коливань спектру пучка) до $\tau_{MAX} = 50$ [6].

$$\langle \Delta \omega_{pe} \rangle = \left\langle \frac{\delta}{\omega_{pe}} \frac{d\varphi_0}{d\tau} \right\rangle = \frac{1}{\tau_{MAX} - \tau_{MIN}} \int_{\tau_{MIN}}^{\tau_{MAX}} d\tau \left\{ \frac{\delta}{\omega_{pe}} \frac{d\varphi_0}{d\tau} \right\}. \quad (2.28)$$

$$[\langle (\Delta \omega_{pe} - \langle \Delta \omega_{pe} \rangle)^2 \rangle]^{1/2} = \left[\frac{1}{\tau_{MAX} - \tau_{MIN}} \int_{\tau_{MIN}}^{\tau_{MAX}} d\tau \left\{ \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \frac{d\varphi_0}{d\tau} \right) - \langle \frac{\delta}{\omega_{pe}} \frac{d\varphi_0}{d\tau} \rangle \right\}^2 \right]^{1/2}. \quad (2.29)$$

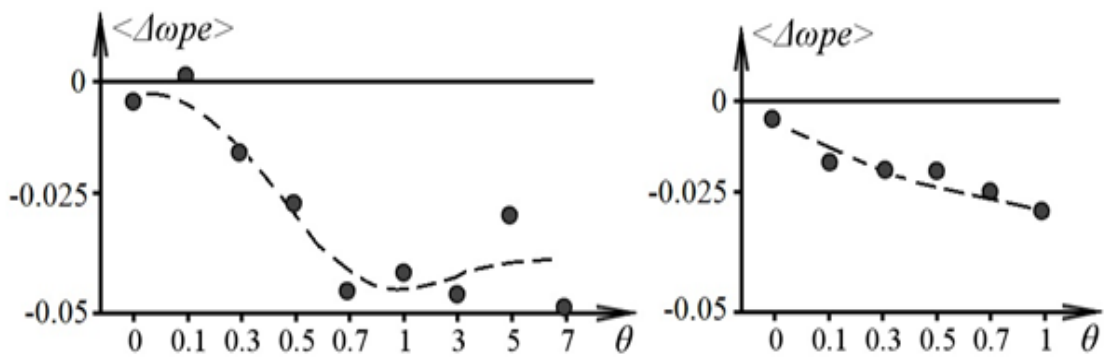


Рисунок 2.22 – Середні значення $\langle \Delta \omega_{pe} \rangle$ як функція поглинання θ для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$ (праворуч). Пунктиром представлено згладжені значення $\langle \Delta \omega_{pe} \rangle$

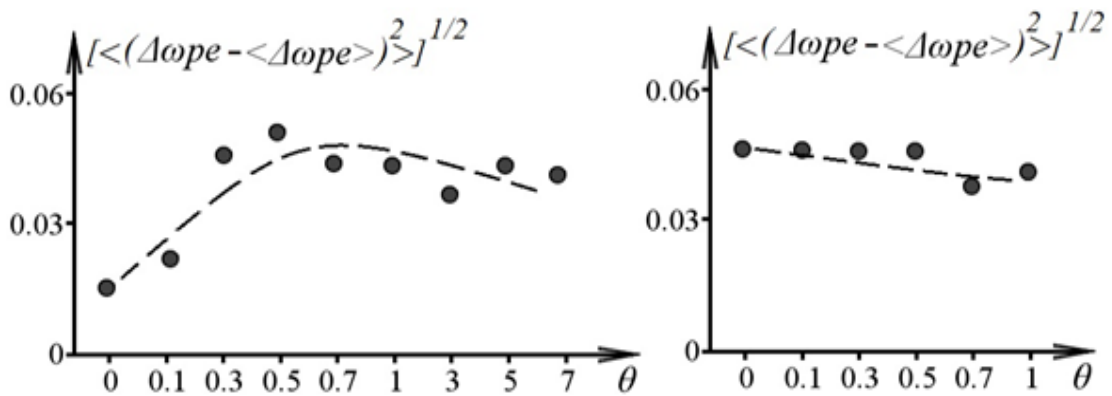


Рисунок 2.23 – Середньоквадратичне відхилення $[\langle (\Delta \omega_{pe} - \langle \Delta \omega_{pe} \rangle)^2 \rangle]^{1/2}$ як функція поглинання θ для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$ (праворуч). Пунктиром представлено згладжені

$$[\langle (\Delta \omega_{pe} - \langle \Delta \omega_{pe} \rangle)^2 \rangle]^{1/2}$$

Півширина імпульсу поля збуджених пучком коливань у часі представлена на рис. 2.24. Саме на довжині імпульсу далі будемо визначати важливі енергетичні показники моделі, такі як відбір енергії у пучка та енергія спектру.

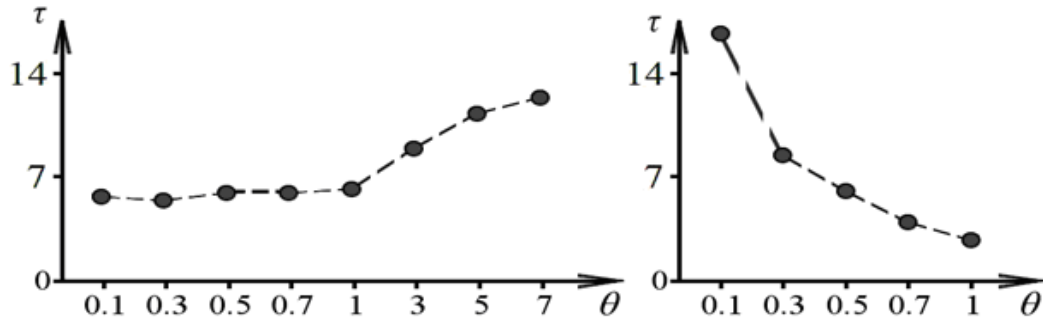


Рисунок 2.24 – Розмір півширини першого локального максимуму для

щільності енергії поля $\sum_{p=1}^P (\frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \frac{A_{0p}^2}{p^2})$ як функція поглинання Θ для

нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$

(праворуч)

Середнє значення енергії спектру на довжині імпульсу падає з ростом поглинання (рис. 2.25), як і середнє значення втрат енергії пучка за абсолютною величиною (рис. 2.26).

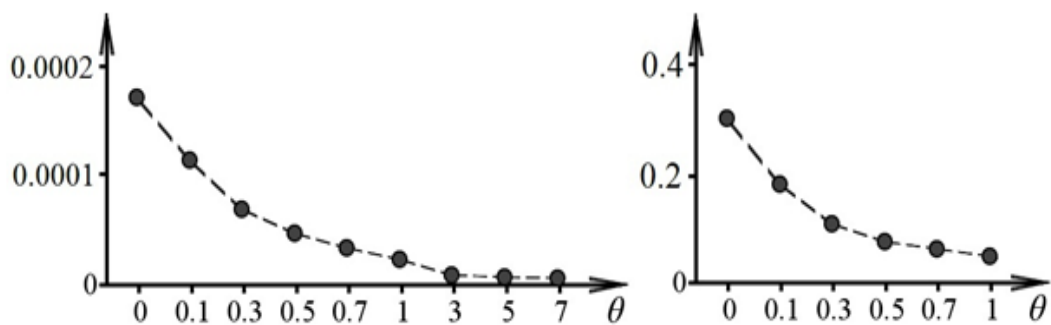


Рисунок 2.25 – Середнє значення 1-го доданка інтеграла (2.25) – щільності

енергії поля $\sum_{p=1}^P (\frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \frac{A_{0p}^2}{p^2})$ на півширині імпульсу поля як функція поглинання

Θ для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$

(праворуч)

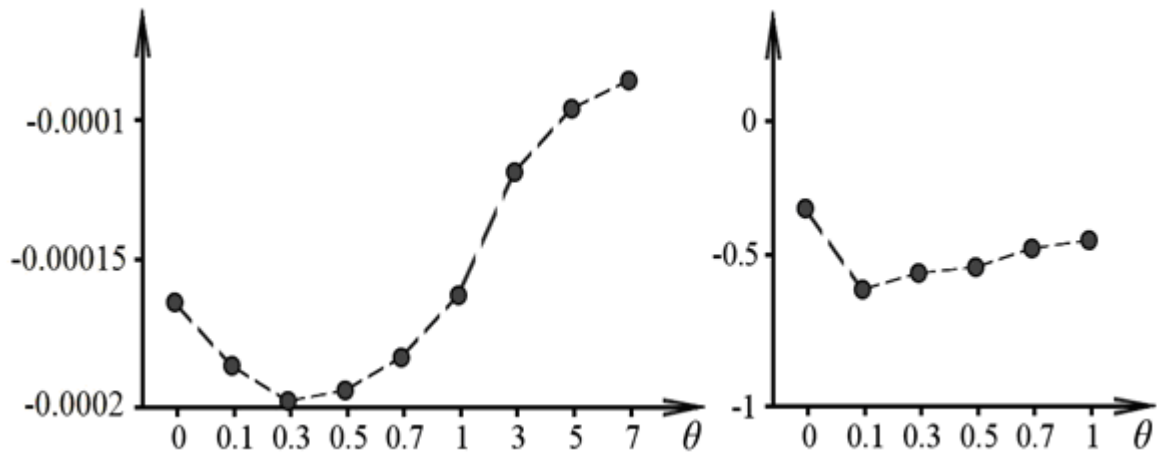


Рисунок 2.26 – Середнє значення 3-го доданка інтеграла (2.25)

$2\pi C^2 \gamma_{b0}^3 \frac{\delta}{\omega_{pe}} G \frac{1}{N} \sum_{b=1}^N (\gamma_b - \gamma_{b0})$ на півширині імпульсу поля як функція поглинання Θ

для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$ (праворуч)

2.2.6 Визначення частинок, захоплених пакетом хвиль

На функції розподілу частинок за швидкостями формується збурення (рис. 2.27), яке у випадку нерелятивістського пучка однозначно відповідає частинкам, захопленим пакетом хвиль. За часом горб існує приблизно на півширині імпульсу поля $\sum_{p=1}^P \left(\frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \frac{A_{0p}^2}{p^2} \right)$.

В релятивістському випадку $\gamma_{b0} = 10$ частинки захоплюються полем спорадично, і не існує тривалої динаміки синхронної взаємодії пучка і хвильового пакета [6]. На фазовій площині захоплені частинки пучка чітко видно тільки в нерелятивістському випадку $\gamma_{b0} = 1.6$ (рис. 2.28).

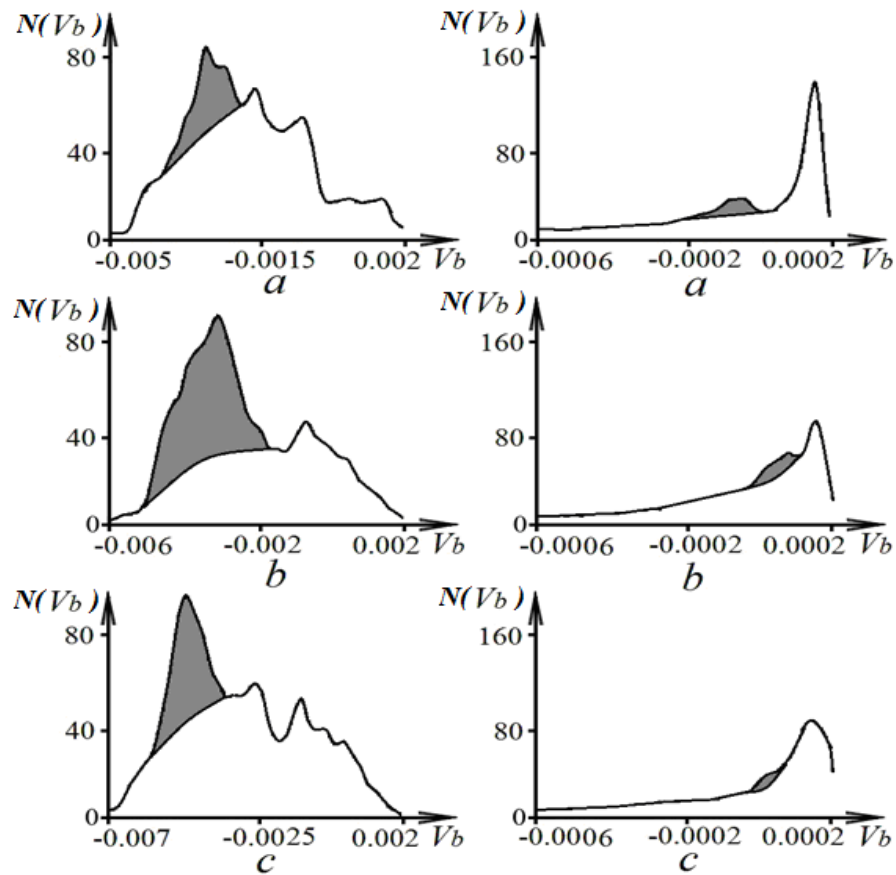


Рисунок 2.27 – Захоплені частинки пучка (виділені сірим кольором) при поглинанні $\Theta = 0.5$ для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$ (праворуч) (а – час початку, b – час максимуму, c – час кінця визначення півширини імпульсу поля)

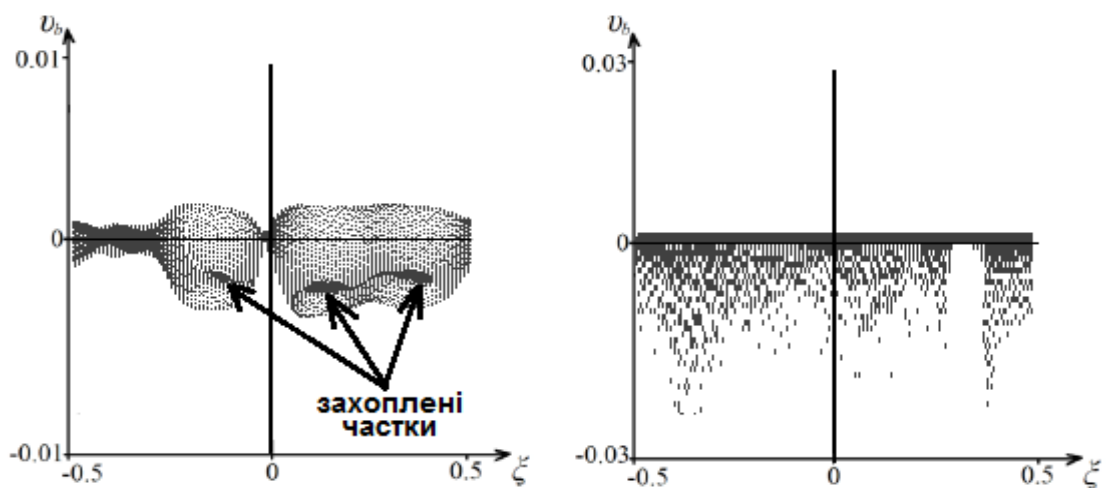


Рисунок 2.28 – Частинки пучка на фазовій площині в момент максимуму імпульсу поля при поглинанні $\Theta = 0.5$ для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$ (праворуч)

Висновки до розділу 2

Для моделей модуляційної нестійкості збуджуваного поля у випадках холодної і гарячої плазми та для моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» шляхом обезрозмірювання отримані системи рівнянь та обрані початкові умови.

На основі результатів моделювання визначені раніше не наведені в літературі початкові умови моделей модуляційної нестійкості збуджуваного поля в гарячій і холодній плазмі, достатні для точного опису плазми гібридним методом в одновимірному випадку. За обраним критерієм кількість іонів збільшувалася, а часовий крок зменшувався доки подальша їх зміна не призводила до зміни розподілу іонів за ξ більше, ніж на 1%. Таким чином, в моделях обрані початкові умови, які забезпечать більшу точність чисельних експериментів, ніж в раніше описаних в літературі експериментах. Також визначені деякі раніше не наведені в літературі початкові умови моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання».

Розглянуті системи рівнянь є системами першого порядку; показано, що умови безперервності функцій та їх похідних дотримуються. Оцінка похибки обчислень за допомогою правила Рунге показала збіжність послідовності рішень до точного рішення. Показано, що мала зміна початкових умов призводить до малої зміни результатів, що говорить про стійкість моделей. Визначено, що при обраному числі іонів дебаєвський радіус екранування можна не враховувати в моделях. Показано виконання закону збереження енергії в моделях за обраних початкових умов.

Результати дослідження здобувача відображено у публікаціях [1, 5, 6, 8, 78, 79].

РОЗДІЛ 3

АЛГОРИТМІЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ МОДУЛЯЦІЙНОЇ НЕСТІЙКОСТІ ЗБУДЖУВАНОВОГО ПОЛЯ В ПЛАЗМІ ТА ВЗАЄМОДІЇ ПУЧКА ЕЛЕКТРОНІВ З ПЛАЗМОВИМИ КОЛИВАННЯМИ

Побудовано алгоритмічну модель процесу модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі із застосуванням технології CUDA, яка обрана з інших подібних технологій як найбільш підходяща для проведення паралельних обчислень. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує розроблену алгоритмічну модель, проведений ряд чисельних експериментів. Підібрано параметри розпаралелювання та інші параметри обчислень на CUDA, за яких швидкість обчислень максимальна.

Для моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» також проведений ряд чисельних експериментів, побудовано алгоритмічну модель із застосуванням технології CUDA та розроблено програмне забезпечення, що реалізує алгоритмічну модель, яка подібна до алгоритмічної моделі процесу модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі.

3.1 Постановка завдання

При дослідженні гібридних моделей в холодній та гарячій плазмі за допомогою чисельного експерименту необхідно провести не менше кількох сотень симуляцій. При цьому в рамках кожної симуляції на кожному кроці за часом Δt необхідно обчислити 2402 інтегро-диференційних рівняння для мод спектру і 20000 інтегро-диференційних рівнянь для іонів (за обраних початкових умов). Тому для прискорення обчислень використана технологія CUDA, яка дозволяє розпаралелити обчислення на графічних процесорах (graphics processing unit, GPU) [2, 82, 83].

Архітектура GPU передбачає наявність великої кількості обчислювальних

ядер (арифметико-логічних пристроїв), що мають невелику тактову частоту [84, 85] (рис. 3.1). Це дає можливість виконувати на GPU багато потоків паралельно. Архітектура центральних процесорів (central processing unit, CPU) відрізняється наявністю всього декількох ядер високої тактової частоти.

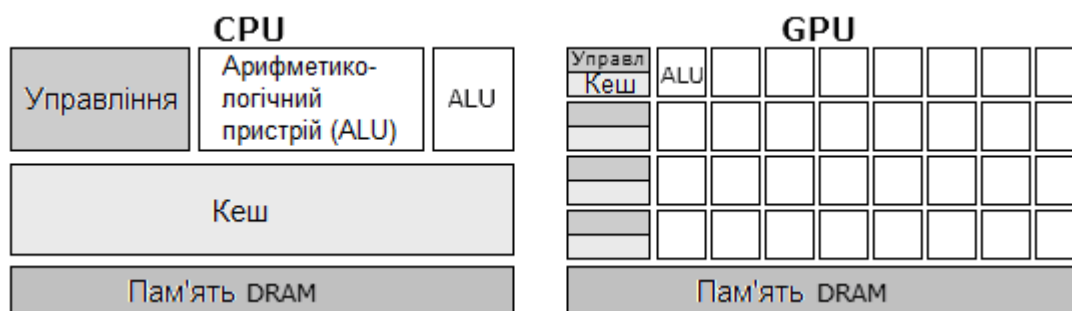


Рисунок 3.1 – Архітектури CPU та GPU

Завдяки паралельній архітектурі швидкість обчислень на GPU вище швидкості на CPU при порівнянні пристроїв, близьких за ціною або енергоспоживанням. Тому GPU почали використовуватися для обчислень загального призначення (обчислень, які зазвичай проводяться на CPU). Такий підхід відомий як *general purpose computing on graphics processing units* (GPGPU) [86]. Використаний в GPU принцип паралельних обчислень називається 'одиначний потік команд, множинний потік даних' ('single instruction, multiple data', SIMD). SIMD забезпечує паралелізм на рівні даних.

Найбільш поширені GPGPU технології – *compute unified device architecture* (CUDA) і *OpenCL*. Їх порівняння наведено в [87-90]. CUDA і *OpenCL* багато в чому схожі: засновані на моделі SIMD і мові програмування C, структура коду програми ділиться на CPU і GPU частину, моделі обчислень і пам'яті подібні.

Основні відмінності CUDA і *OpenCL*:

- CUDA підтримується тільки GPU від Nvidia, а *OpenCL* є відкритим і підтримується пристроями різних виробників;
- CUDA включає програмну і апаратну складову, а *OpenCL* тільки програмну;
- CUDA має велику підтримку з боку розробника (Nvidia), більше

документації, більше поширення;

- на CUDA простіше писати складні і оптимізовані програмні коди;
- обчислення на CUDA проходять до 10% швидше, ніж на OpenCL.

Порівнявши CUDA і OpenCL, можна зробити висновок про те, що CUDA краще підходить для проведення паралельних обчислень, тому вона і була обрана у дисертації.

CUDA була розроблена компанією Nvidia в 2006 році. Модель програмування CUDA передбачає об'єднання обчислювальних потоків (thread) в блоки (block), а блоки в сітки (grid) [91, 92]. GPU називають співпроцесором (device) для центрального процесора (host). Програма (kernel) виконується паралельно на GPU однієї сіткою (рис. 3.2). CUDA має два інтерфейси програмування додатків (application programming interface, API): високого рівня (Runtime API) і низького (Driver API) [93].

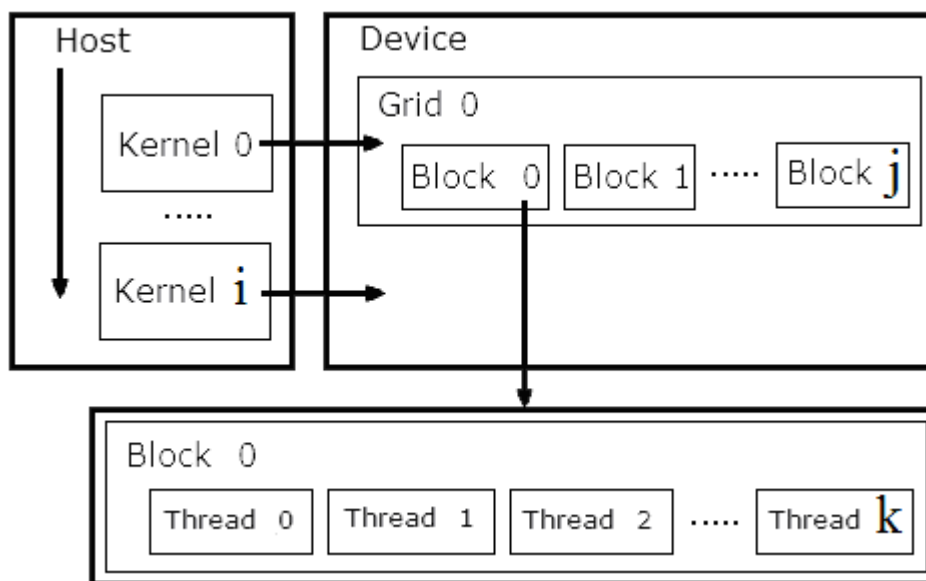


Рисунок 3.2 – Групування потоків в CUDA

CUDA забезпечує взаємодію з CUDA API і драйверами [94]. Перший спосіб застосування CUDA – взаємодія зі спеціалізованими бібліотеками, побудованими на основі CUDA API: cuBLAS, cuFFT, cuDPP, cuRAND, cuSPARSE і ін. При використанні спеціалізованих бібліотек написання коду програми майже не відрізняється від написання стандартних програм. Однак

спеціалізовані бібліотеки часто не пропонують необхідну функціональність. Тому другий спосіб застосування CUDA передбачає створення власних функцій і їх виконання на GPU викликом з основної частини програми. Через відсутність спеціалізованих бібліотек для чисельного рішення систем рівнянь в дисертації будуть створюватися власні функції.

Програмісти використовують мову програмування 'C для CUDA' (мова 'Cі' з розширеннями і обмеженнями) для написання алгоритмів, що виконуються на GPU. Також CUDA надає обчислювальні інтерфейси для багатьох мов програмування і прикладних програм. Так як програмне забезпечення для проведення чисельних експериментів в дисертації написано на мові програмування java, то для застосування CUDA разом з java буде використана технологія JCUDA [83, 94]. Застосування JCUDA подібно застосуванню CUDA: в основній частині програми замість інструкцій на мові програмування 'Cі' використовуються їх аналоги на java, а обчислення на GPU як і раніше пишуться на 'Cі' і розташовуються в окремих файлах з розширенням '.cu'.

3.2 Розпаралелювання обчислень на рівні даних з урахуванням особливостей задачі Коші

Математичні моделі в дисертаційній роботі, як і багато процесів у фізиці, описуються диференційними і інтегро-диференційними рівняннями. Рішення диференційного рівняння з заданими початковими умовами називається задачею Коші [54].

Системи рівнянь математичних моделей в дисертації складаються з декількох сортів рівнянь. Кожен сорт рівнянь описує одну з характеристик фізичного процесу, наприклад, амплітуди мод e_n . Для розрахунку амплітуди кожної моди використовується окреме рівняння, при цьому рівняння однотипні, тобто складаються з однакових обчислювальних операцій. Але дані, які використовуються для розрахунку, в якійсь мірі відрізняються для кожної моди. Тому, відповідно до моделі SIMD [95], обчислювати однотипні рівняння

можна паралельно, тобто паралелізм в даному випадку полягає в використанні однакових обчислювальних операцій до безлічі даних (розпаралелювання обчислень на рівні даних). Рівняння інших сортів (інших характеристик процесу) також можна обчислювати паралельно.

В рамках чисельного експерименту виконується рішення задач Коші. У початковий момент часу задаються початкові умови, потім відбувається приріст часу і розрахунок всіх рівнянь, і т.д. багаторазово. Тобто дані задаються перед початком обчислень, а потім в кожний момент часу використовуються дані, обчислені на попередньому моменті часу. Алгоритм проведення чисельного експерименту при вирішенні задачі Коші представлений на рис. 3.3. На схемі алгоритму показаний багаторазово повторюваний запуск обчислень на GPU з використанням двох циклів. В рамках вкладеного циклу обчислення відбуваються без отримання результатів з пам'яті GPU.

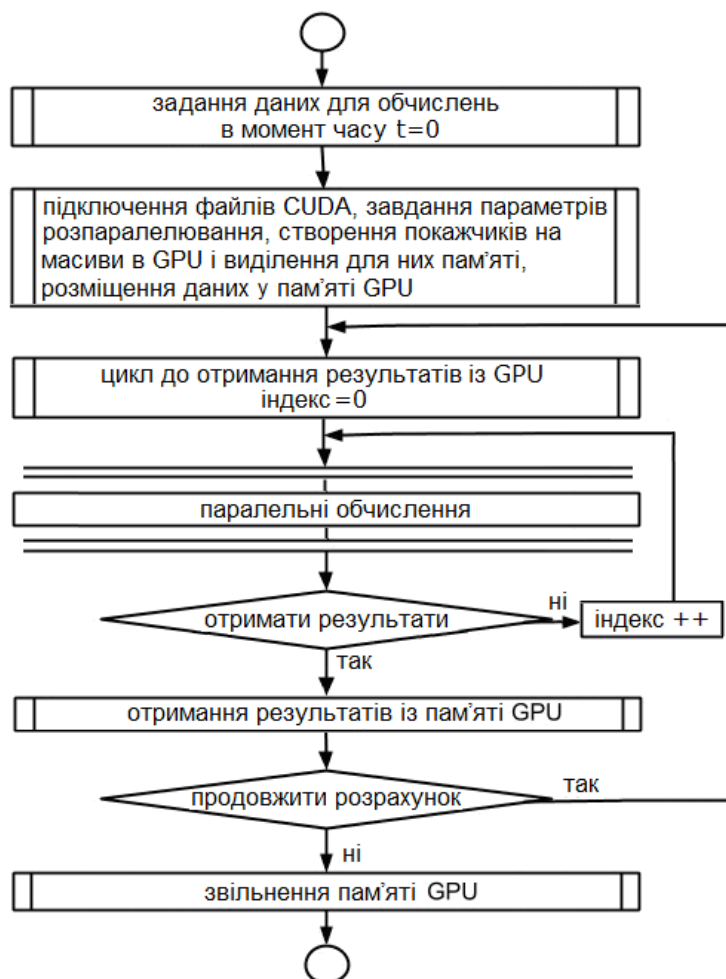


Рисунок 3.3 – Паралельний алгоритм та етапи виконання CUDA-програми

Для підвищення точності обчислень зменшується крок за часом Δt , але при малому кроці Δt розвиток фізичного процесу відбувається повільно і тому результати обчислень на кожному кроці за часом візуалізовувати, а значить й отримувати з пам'яті GPU, не потрібно. Тільки результати одного з певної кількості кроків за часом зберігаються, тобто переносяться з пам'яті GPU в пам'ять оперативного запам'ятовуючого пристрою. Далі обчислення тривають по тій же схемі, поки вони не завершаться.

Обчислення виконуються з використанням двох вкладених циклів, де 't' – змінний час, 'T' – кінцевий час, 'currentTime' – поточний час, 'saveTime' – час, через який відбувається отримання результатів з пам'яті GPU. Псевдокод алгоритму виглядає наступним:

```

<завдання даних для обчислень>
<завдання параметрів розпаралелювання>
<переміщення даних в пам'ять GPU>
for(double t = 0; t < T; t+=saveTime){
    double currentTime = t;
    for(int i = 0; i < (int)(saveTime / Δt); i++){
        kernelLauncher 1.setup(numBlocks1, threadsPerBlock1).call (<вхідні змінні>);
        kernelLauncher 2.setup(numBlocks2, threadsPerBlock2).call (<вхідні змінні>);
        ...
        kernelLauncher N.setup(numBlocksN, threadsPerBlockN).call (<вхідні змінні>);
        currentTime+ = Δt;
    }
    <отримання результатів з пам'яті GPU>
}
<звільнення пам'яті GPU>

```

Отримання результатів з пам'яті GPU зазвичай передбачає розрахунок додаткових параметрів на CPU, графічне відображення результатів і їх збереження в текстовому або графічному вигляді в файловій системі. Розрахунок додаткових параметрів потрібен для повноти результатів перед їх

збереженням або відображенням, наприклад, для підготовки графіків. Тому такий розрахунок не потрібно проводити в кожен момент часу, і він виноситься з вкладених циклів і виконується на CPU.

Власні функції CUDA при вирішенні задачі Коші реалізують один з чисельних методів розв'язання диференціальних рівнянь. Далі буде розглянута реалізація найбільш простого чисельного методу – явного методу Ейлера 1-го порядку точності і найбільш поширеного чисельного методу – явного методу Рунге-Кутти 4-го порядку точності.

Отже, алгоритмічна модель включає:

- початкові умови математичної моделі, включаючи часовий крок Δt чисельного методу вирішення диференціальних рівнянь;
- чисельний метод розв'язання диференціальних рівнянь. Розроблено функції CUDA, які реалізують явний метод Ейлера 1-го порядку точності і явний метод Рунге-Кутти 4-го порядку точності;
- сорт диференціальних рівнянь, змінна для зберігання обрахованих значень приросту функції за час Δt , кількість рівнянь та параметри розпаралелювання, наприклад, рівняння амплітуди мод спектру e_n з приростом Δe_n , кількість рівнянь $N*2$ (тому що $-N < n < N; n \neq 0$) з параметрами розпаралелювання: 1 сітка потоків, що включає 1 блок, у якому $N*2$ потоків;
- параметри застосування оптимізації паралельних обчислень через об'єднання сіток потоків в більші сітки, зокрема список сортів диференціальних рівнянь, які можна обчислювати одночасно (подібна оптимізація дозволила збільшити швидкість обчислень приблизно на 50% без втрати точності);
- параметри застосування інших способів оптимізації, наприклад, попередній розрахунок функцій Бесселя J_0, J_1, J_n в моделі для холодної плазми;
- порядок, у якому обчислюються рівняння;
- часові параметри експерименту: 't' – змінний час, 'T' – кінцевий час, 'currentTime' – поточний час, 'saveTime' – час, через яке відбувається отримання результатів з пам'яті GPU.

3.3 Чисельне рішення систем рівнянь гібридних моделей для холодної і гарячої плазми з використанням явного методу Ейлера

Згідно з методом Ейлера в кожен момент часу за допомогою кожного рівняння розраховується приріст функції $\Delta e = f(\dots) \cdot \Delta t$, а потім розраховується значення функції додаванням приросту до значення функції в попередній момент часу $e(t) = e(t - \Delta t) + \Delta e$.

Для моделей в холодній та гарячій плазмі алгоритм однаковий, тому що в даних моделях присутні одні й ті ж сорти рівнянь. Для рівнянь амплітуди ∂e_n , фази $\partial \psi_n$, щільності іонів M_{nr} та M_{ni} , напруженості електричного поля $\bar{E}_{nr}$ та $\bar{E}_{ni}$ та функцій Бесселя J_0, J_1, J_n розрахунки можна виконувати з однаковими параметрами розпаралелювання. Для розрахунку цих рівнянь створюється сітка, що складається з одного блоку потоків: розмірність сітки $\dim 3(1,1,1)$ і розмірність блоку $\dim 3(N,1,1)$ [2].

При цьому для кожного моменту часу для кожної моди необхідно обчислити по одній функції Бесселя J_0, J_1, J_n (в моделі для холодної плазми). Тому перед початком розрахунку рівнянь на кожному кроці за часом відбувається попередній розрахунок функцій Бесселя, а далі отримані значення використовуються в рівняннях протягом розрахунків для даного моменту часу. На CUDA явно написаний код, який розраховує функції Бесселя, тому що вбудовані в функції Бесселя дають недостатню точність, близьку до одинарної [2].

Для розрахунку параметрів $\partial a_0, \partial \phi$ задаються наступні параметри розпаралелювання: розмірність сітки $\dim 3(1,1,1)$ і розмірність блоку $\dim 3(1,1,1)$, що означає створення всього одного потоку, тобто непаралельне обчислення на одному з ядер GPU [2].

Для розрахунку рівнянь руху іонів dv_s та $d\xi_s$ обрана розмірність сітки $\dim 3(S/500,1,1)$ і розмірність блоку $\dim 3(500,1,1)$ [2].

Алгоритм обчислень на GPU для явного методу Ейлера наведено на

рис. 3.4. Аналіз розробленого алгоритму обчислень на GPU і способів оптимізації обчислень наведено у роботах [2, 82].

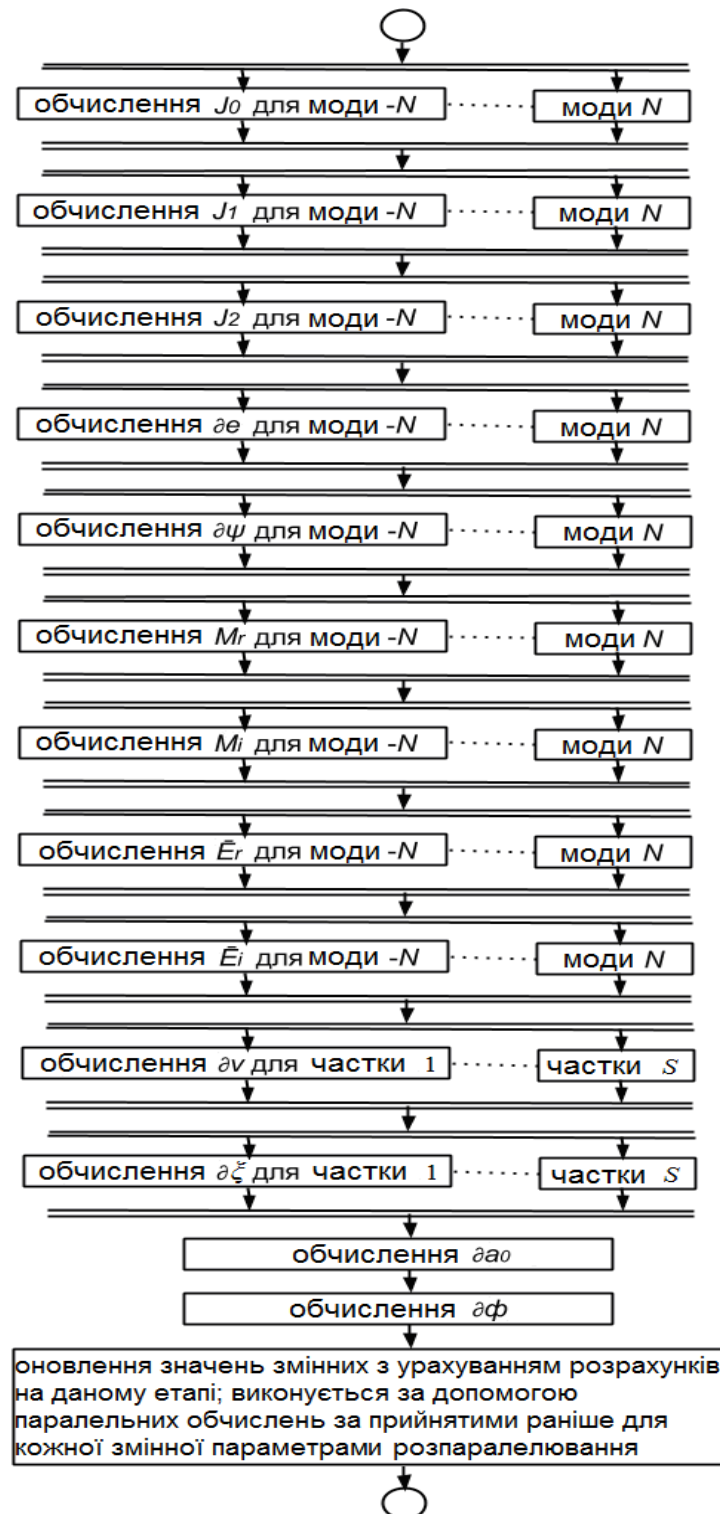


Рисунок 3.4 – Алгоритм обчислень на GPU для одного кроку за часом для явного методу Ейлера (функції Бесселя обчислюються тільки в моделі для холодної плазми)

Можна удосконалити алгоритм, представлений на рис. 3.4, шляхом об'єднання сіток потоків в одну сітку [96]. Окремі рівняння, які розраховуються не паралельно, наприклад, $\partial e_n, \partial \psi_n, M_r, M_i, E_r, E_i$, можна об'єднати в одну сітку і обчислювати паралельно (рис. 3.5). Але якщо так зробити з рівняннями $\partial a_0, \partial \phi$, то швидкість обчислень не збільшиться, тому що вони складаються з малої кількості обчислювальних операцій.

При об'єднанні сіток кожний сорт рівнянь $\partial e_n, \partial \psi_n, M_r, M_i, E_r, E_i$ залишається в окремому блоці, як це було раніше. Однак тепер 6 блоків потоків $\partial e_n, \partial \psi_n, M_r, M_i, E_r, E_i$ поміщаються в одну сітку.

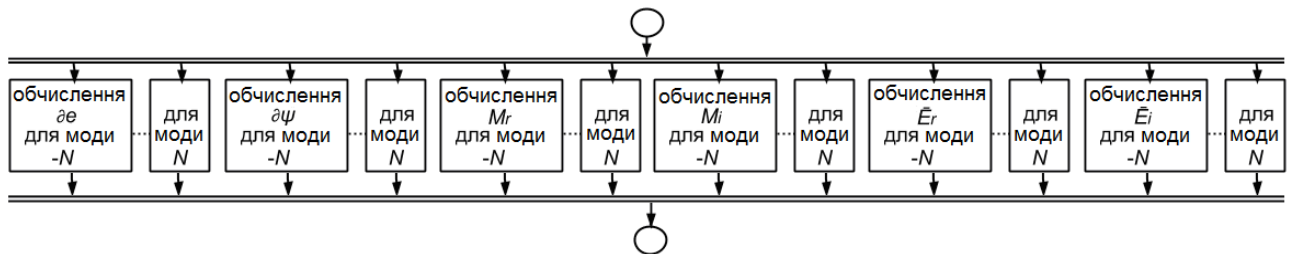


Рисунок 3.5 – Об'єднання сіток потоків при обчисленні $\partial e_n, \partial \psi_n, M_r, M_i, E_r, E_i$

З точки зору моделі програмування CUDA таке поліпшення алгоритму є об'єднанням сіток блоків в більші сітки [96]. Паралелізм в даному випадку полягає в деякій подібності використання безлічі обчислювальних операцій до безлічі даних (модель multiple instruction multiple data, MIMD). Об'єднання сіток може бути застосовано при наявності двох і більше сортів рівнянь, однакових за кількістю рівнянь, які можна обчислювати незалежно один від одного. Якщо кількість рівнянь кожного сорту більш ніж в кілька разів перевищує кількість ядер GPU, то прискорення обчислень буде невеликим, тому що невикористання ядер GPU буде малим при обчисленні кожного сорту рівнянь окремо.

3.4 Чисельне рішення систем рівнянь гібридних моделей для холодної і гарячої плазми з використанням явного методу Рунге-Кутти

Згідно з методом Рунге-Кутти в кожен момент часу за допомогою кожного рівняння розраховується 4 наближення функції (рис. 3.6).

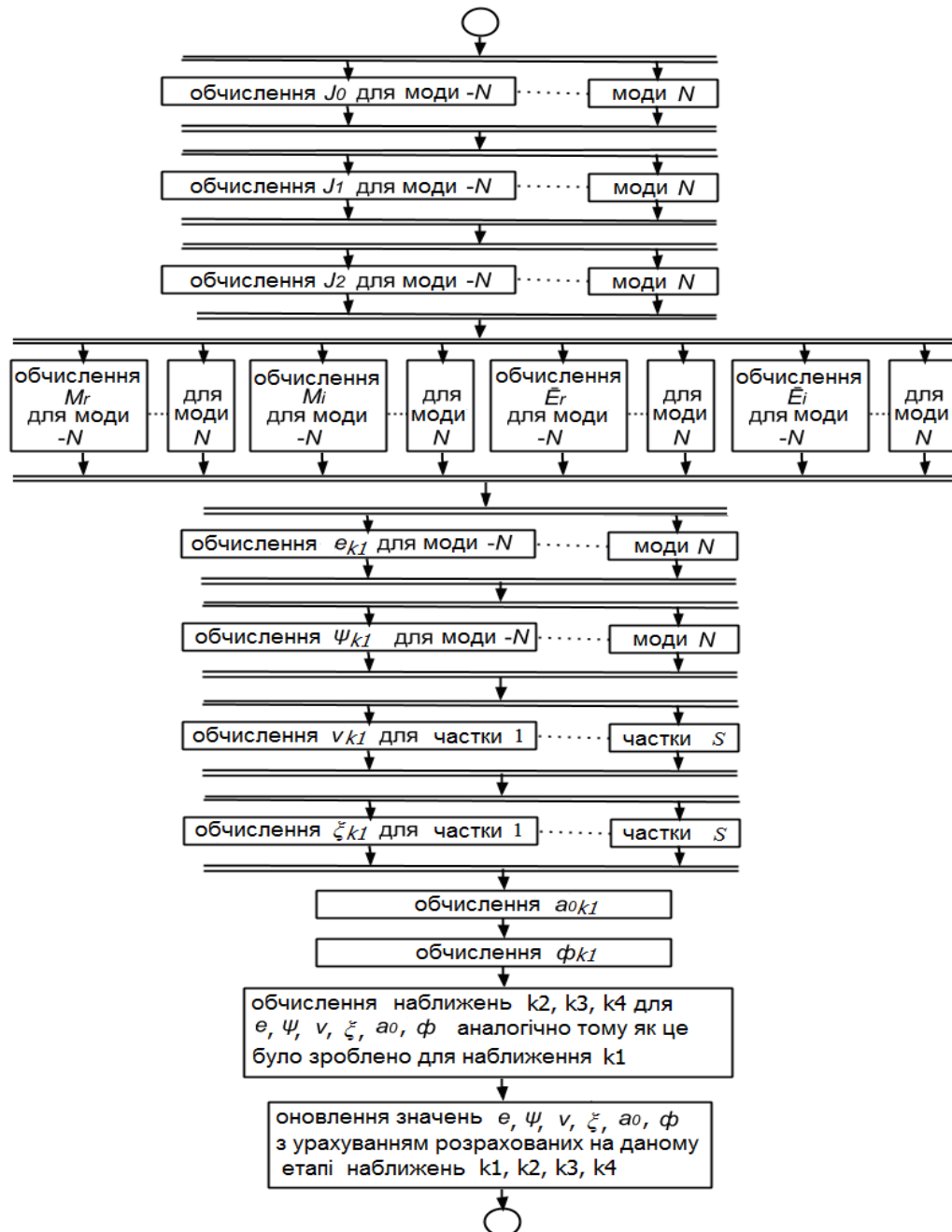


Рисунок 3.6 – Алгоритм обчислень на GPU для одного кроку за часом для явного методу Рунге-Кутти 4-го порядку точності (функції Бесселя обчислюються тільки в моделі для холодної плазми)

Наприклад, для e розраховуються наближення $e_{k1}, e_{k2}, e_{k3}, e_{k4}$, а потім розраховується значення функції $e(t) = e(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{6}(e_{k1} + 2 \cdot e_{k2} + 2 \cdot e_{k3} + e_{k4})$ [97]. Тобто приріст функції Δe в методі Ейлера відповідає приросту функції $\frac{1}{6}(e_{k1} + 2 \cdot e_{k2} + 2 \cdot e_{k3} + e_{k4})$ в методі Рунге-Кутти. При цьому 1-е наближення функції дорівнюватиме $e_{nk1} = f(e_n)$, 2-е наближення залежить від 1-го і т.д.: $e_{nk2} = f(e_n + e_{nk1} \cdot \frac{\Delta t}{2})$, $e_{nk3} = f(e_n + e_{nk2} \cdot \frac{\Delta t}{2})$, $e_{nk4} = f(e_n + e_{nk3} \cdot \Delta t)$. Для інших сортів рівнянь також розраховуються 4 наближення функцій по тій же схемі, що і для e_n .

Обрані параметри розпаралелювання: кількість блоків 1, кількість потоків в блоці дорівнює розміру масиву, тобто числу мод N . Для розрахунку $e_{k1}, e_{k2}, e_{k3}, e_{k4}$ можна використовувати одну і ту ж ‘__device__’ функцію на CUDA. Тоді в якості параметрів в таку функцію передаються коефіцієнт dt і результат розрахунку попереднього наближення. При розрахунку наближення e_{k1} в якості коефіцієнта dt використовується 0.0, а в якості значень попереднього наближення використовується заповнений нулями допоміжний масив 'zeroN' розміром N .

3.5 Чисельне рішення систем рівнянь моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання»

Для моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» також проведений ряд чисельних експериментів та побудовано алгоритмічну модель із застосуванням технології CUDA. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує розроблену алгоритмічну модель, яка подібна до алгоритмічної моделі процесу модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та включає початкові умови математичної моделі, чисельний метод розв'язання диференціальних рівнянь, сорт диференціальних рівнянь, змінна для зберігання обрахованих значень приросту функції за час $\Delta \tau$, кількість рівнянь

та параметри розпаралелювання, параметри застосування оптимізації паралельних обчислень через об'єднання сіток потоків в більші сітки, порядок обчислення рівнянь, часові параметри експерименту.

Система рівнянь чисельно вирішується за допомогою явного методу Ейлера 1-го порядку точності (рис. 3.7) і явного методу Рунге-Кутти 4-го порядку точності. На кожному кроці за часом необхідно обчислити 302 інтегро-диференційних рівнянь для мод спектру і 7 500 інтегро-диференційних рівнянь для електронів.

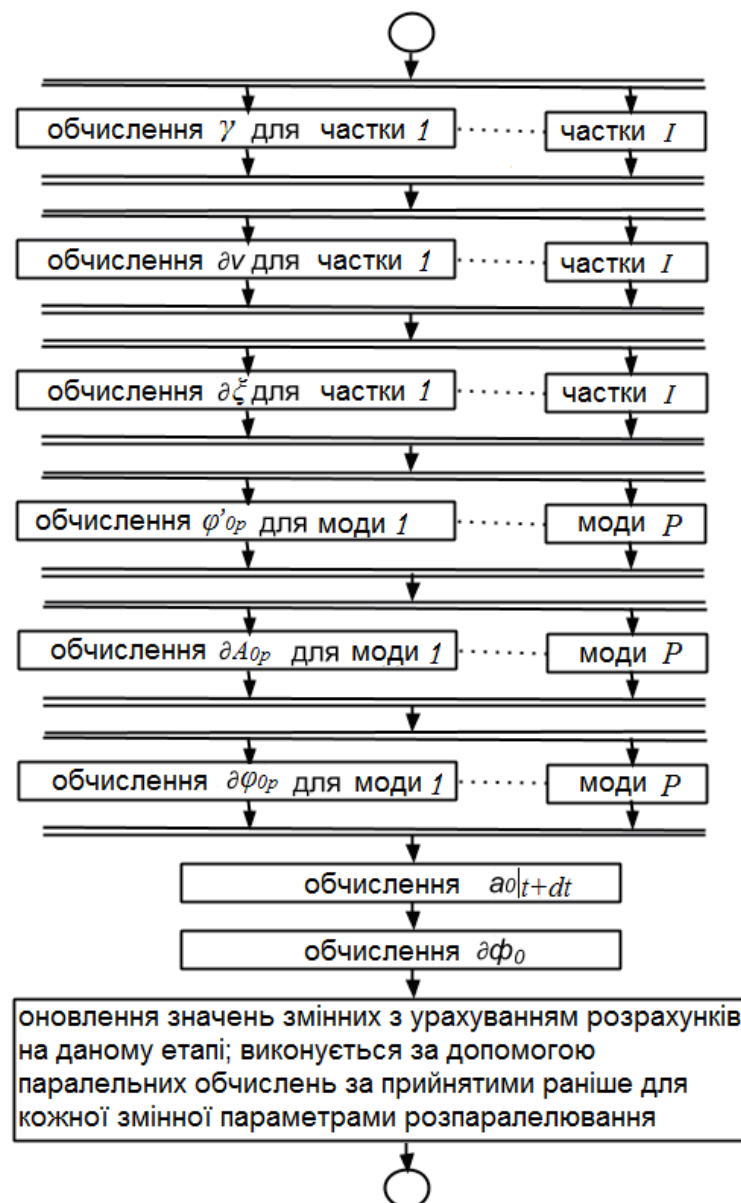


Рисунок 3.7 – Алгоритм обчислень на GPU при реалізації явного методу Ейлера на CUDA

Для рівнянь амплітуди ∂A_{0p} , фази $\partial \phi_{0p}$, ϕ_{0p}' створюється сітка, що складається з одного блоку потоків: розмірність сітки $\dim 3(1,1,1)$ і розмірність блоку дорівнює числу мод $\dim 3(P,1,1)$.

Для розрахунку рівнянь $a_0, \partial \phi_0$ використовується розмірність сітки $\dim 3(1,1,1)$ і розмірність блоку $\dim 3(1,1,1)$, що означає створення одного потоку і непаралельне обчислення на одному з ядер GPU.

Для розрахунку рівнянь частинок пучка γ_b , dV_b та $d\zeta_b$ обрана розмірність сітки $\dim 3(I/P, 1, 1)$ і розмірність блоку $\dim 3(P, 1, 1)$.

Алгоритми для явного методу Ейлера з об'єднанням сіток потоків і для явного методу Рунге-Кутти розроблено за рекомендаціями для моделі модуляційної нестійкості, їх схеми далі не наводяться.

3.6 Жорсткість систем рівнянь

Початкові значення амплітуд мод в моделях модуляційної нестійкості $e_n \approx 10^{-3}; 10^{-4}$. У перші кроки за часом від початку чисельного експерименту значення для великих номерів мод різко падають до $e_n < 0$ (рис. 3.8), що говорить про жорсткість системи диференціальних рівнянь, тому вони коригуються в програмі до $e_n = 10^{-10}$. Якщо значення не коригувати, то явні методи Ейлера і Рунге-Кутти не працюватимуть.

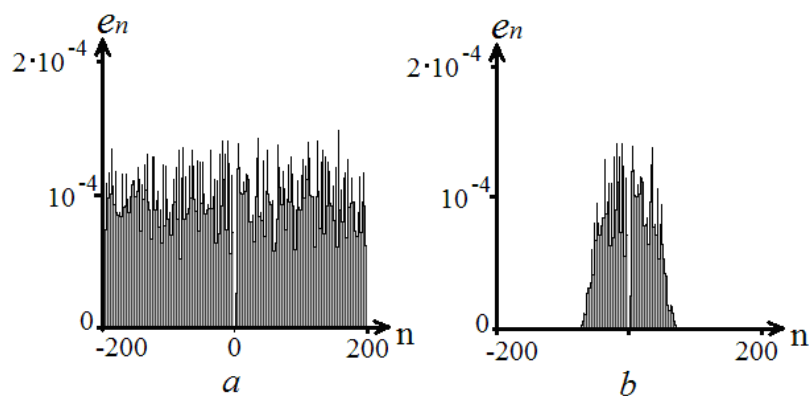


Рисунок 3.8 – Значення амплітуд мод e_n (a – в момент часу $\tau=0$, b – в перші кроки за часом)

Якщо в момент часу $\tau=0$ на великих номерах мод (по краях спектру) використовувати малі значення амплітуд $e_n \approx 10^{-10}$, то жорсткість зменшується – кількість коригувань $e_n < 0$ до $e_n = 10^{-10}$ зменшується, але результати обчислень не змінюються.

Для методу Рунге-Кутти додатково введені коригування наближень. Якщо після обчислення першого наближення e_{nk1} виконується $e_n + e_{nk1} \cdot \partial\tau / 2 < 0$, то встановлюємо $e_{nk1} = 0$. Якщо після обчислення другого наближення e_{nk2} виконується $e_n + e_{nk2} \cdot \partial\tau / 2 < 0$, то $e_{nk2} = 0$. Якщо після обчислення третього наближення e_{nk3} виконується $e_n + e_{nk3} \cdot \partial\tau < 0$, то $e_{nk3} = 0$.

Через жорсткість систем рівнянь використання явного методу Рунге-Кутти не дає значного збільшення точності обчислень в порівнянні з явним методом Ейлера – рекомендований крок за часом для даних двох методів відрізняється всього в 4 рази, тоді як порядок точності методів відрізняється на 3 порядки. Для підвищення точності обчислень можна спробувати використовувати неявні методи Ейлера і Рунге-Кутти [98, 99].

Висновки до розділу 3

Побудовано алгоритмічну модель процесу модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі із застосуванням технології CUDA, яка обрана з інших подібних технологій як найбільш підходяща для проведення паралельних обчислень. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує розроблену алгоритмічну модель. Для моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» також побудовано алгоритмічну модель, розроблено програмне забезпечення та проведений ряд чисельних експериментів.

На першому етапі чисельного експерименту задаються дані для обчислень, ці дані розташовуються у пам'яті графічного процесора, а також, згідно моделі програмування CUDA, задаються параметри розпаралелювання обчислень –

кількість блоків в сітці і кількість потоків у блоці. Далі виконуються паралельні обчислення і через певні проміжки часу зберігаються результати обчислень. На останньому етапі звільняється пам'ять графічного процесора. Підібрано параметри розпаралелювання та інші параметри обчислень на CUDA, за яких швидкість обчислень максимальна.

Через жорсткість систем рівнянь введені коригування обчислених значень деяких змінних для явних методів Ейлера і Рунге-Кутти. Також через жорсткість використання явного методу Рунге-Кутти 4-го порядку точності не дає значного збільшення точності обчислень в порівнянні з явним методом Ейлера 1-го порядку точності.

Використання CUDA дозволило прискорити процес моделювання від декількох до декількох десятків разів в залежності від обраних початкових умов і в залежності від застосування способів оптимізації обчислень в порівнянні з центральним процесором такої ж вартості та енергоспоживання, розрахунки на якому виконувалися на мові програмування C.

Результати дослідження здобувача відображено у публікаціях [2, 82, 83, 96].

РОЗДІЛ 4

ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ МЕТОД ОЦІНКИ ТЕМПЕРАТУРИ ІОНІВ В УСТАНОВКАХ ПЛАЗМОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ І ПУЧКОВОГО НАГРІВАННЯ ПЛАЗМИ

Удосконалено обчислювальний метод оцінки температури іонів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми; на основі результатів моделювання обчислена енергія швидких іонів. Була розглянута ступінь наближення розрахункового розподілу іонів до нормального розподілу. Реалізовано три способи побудови нормального розподілу. Відмінність нормального розподілу від розподілу іонів за швидкостями розрахована для кожного способу як частка кількості іонів, які не збігаються у цих двох розподілів, від загальної кількості іонів.

4.1 Постановка завдання

Одним з методів збудження в плазмі модуляційно нестійких ленгмюрівських хвиль є використання електронних пучків. Найбільш важливим наслідком розвитку модуляційних нестійкостей ленгмюрівських хвиль в плазмі є передача частини енергії поля іонам плазми, через що відбувається нагрів плазми (в зв'язку з використанням пучків електронів даний процес називають пучковим нагрівом плазми). Пучковий нагрів передбачає, що після порушення ленгмюрівської хвилі вона передає більшу частину своєї енергії електронам і іонам плазми.

В процесі пучкового нагрівання проблемою є визначення енергії, витраченої тільки на іони плазми, тому що саме іони беруть участь в термоядерних реакціях. Також проблемою є розуміння, наскільки рівномірно плазма нагрівається, адже нерівномірність призводить до утворення груп швидких іонів, наявність яких було підтверджено експериментально [100, 101], як і наявність каверн щільності іонів [102].

Раніше строгі кількісні оцінки температури іонів і енергії швидких частинок в розподілі в науковій літературі не було наведено. Тож на основі результатів моделювання визначимо ефективність передачі енергії іонам під час розвитку модуляційних нестійкостей.

4.2 Побудова нормального розподілу для розподілу іонів за швидкостями

Розглянемо ступінь наближення розрахункового розподілу іонів за швидкостями до його нормального розподілу (рис. 4.1). При цьому нормальний розподіл будується трьома способами [7].

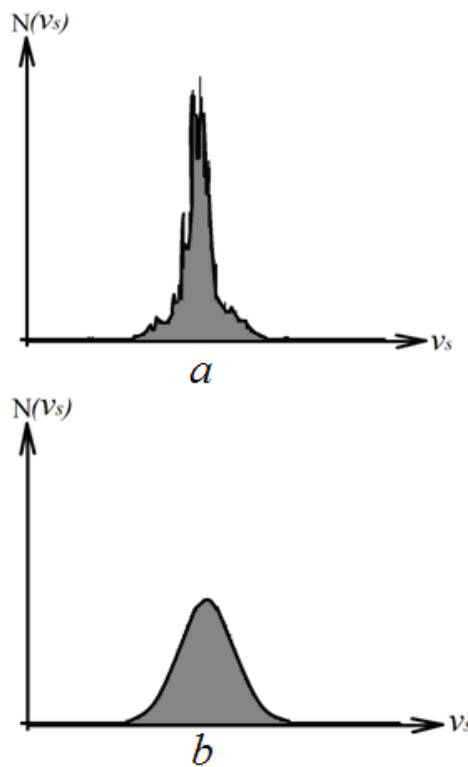


Рисунок 4.1 – Розподіл іонів (а – розподіл іонів за швидкостями, б – нормальний розподіл для розподілу іонів за швидкостями)

Нормальний розподіл задано функцією щільності ймовірності [103]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4.1)$$

де $\mu = \frac{\sum v_s}{S}$ – математичне очікування, σ^2 – дисперсія, σ – середньоквадратичне відхилення, x – швидкість іонів, яка змінюється від мінімального значення до максимального значення v_s з кроком $1/200$ і відкладається по осі абсцис, $f(x)$ – щільність ймовірності нормального розподілу. Кількість іонів в точці x обчислюється за формулою

$$S_x = \frac{f(x)_x}{\sum_{i=1}^{200} f(x)_i} \cdot S \quad (4.2)$$

і відкладається по осі ординат [7].

У першому способі побудови нормального розподілу середньоквадратичне відхилення розраховується за правилами розрахунку щільності ймовірності – за значеннями швидкостей частинок v_s за формулою

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{S} \sum (v_s - \mu)^2}, \quad (4.3)$$

а потім підставляється у (4.1) [7].

У другому способі побудови нормального розподілу середньоквадратичне відхилення береться як значення поблизу максимуму (0.9 від максимуму) половини півширини функції розподілу частинок за швидкостями $\bar{v}$ за формулою [7]

$$\sigma = 0.9 \cdot \max(\bar{v}). \quad (4.4)$$

Третій спосіб подібний до другого, однак коефіцієнт k підбирається таким, щоб побудований нормальний розподіл був якнайближчим до розподілу іонів за швидкостями $\sigma = k \cdot \max(\bar{v})$ [7]. Пошук k виконується послідовною автоматичною підстановкою k від 0.1 до 3.0 з кроком 0.1. Для мінімального знайденого k проводиться його уточнення до однієї соті – виконується послідовна автоматична підстановка k від $k - 0.1$ до $k + 0.1$ з кроком 0.01.

Відмінність нормального розподілу від розподілу іонів за швидкостями розраховується для кожного способу як частка кількості частинок, які не збігаються у цих двох розподілів, до загальної кількості частинок S . Кількість незбіжних частинок береться як середнє між кількістю частинок двох груп a та b (рис. 4.2), тобто $\frac{a+b}{2}$. Тоді частка кількості частинок, які не збігаються буде $\frac{a+b}{2 \cdot S} \cdot 100\%$.

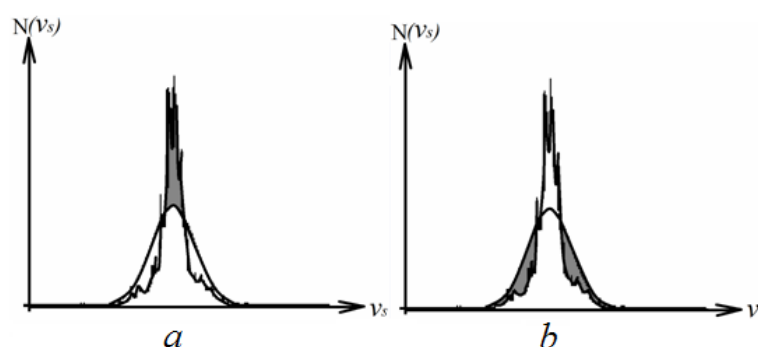


Рисунок 4.2 – Групи частинок (виділені сірим кольором, a – що вилазять за побудовану криву нормального розподілу, b – відсутні в нормальному розподілі)

4.3 Результати побудови нормальних розподілів

Для кожного з трьох способів побудови нормального розподілу далі знаходиться кількість частинок двох груп a та b і сумарна енергія частинок цих груп.

В умовах, коли зростання енергії іонів припиняється, розподіл іонів за

швидкостями можна апроксимувати наступним чином у випадках холодної (рис. 4.3, табл. 4.1) та гарячої (рис. 4.4, табл. 4.2) плазми [7].

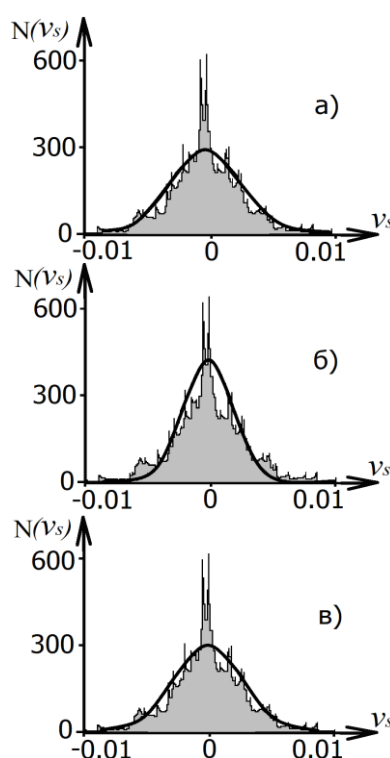


Рисунок 4.3 – Побудова нормального розподілу у випадку холодної плазми для легких іонів (а – 1-й спосіб з відмінністю 13.1% від розподілу частинок за швидкостями, б – 2-й спосіб – 16.5%, в – 3-й спосіб – 13%)

Таблиця 4.1

Побудова нормального розподілу у випадку холодної плазми [7]

	Легкі іони			Важкі іони		
	спосіб 1	спосіб 2	спосіб 3	спосіб 1	спосіб 2	спосіб 3
Відмінність нормального розподілу від розрахункового	13.1%	16.5%	13%	12.4%	17.8%	12.4%
коєф. k з $\sigma = k \cdot \max(\bar{v})$	-	0.9	1.22	-	0.9	1.24
Енергія частинок поза нормальним розподілом	0.0182	0.0476	0.0216	0.0009	0.0028	0.001
Енергія відсутніх в межах нормального розподілу частинок	0.0158	0.0041	0.0133	0.0007	0.0002	0.0006
Повна енергія частинок	0.0861			0.0052		

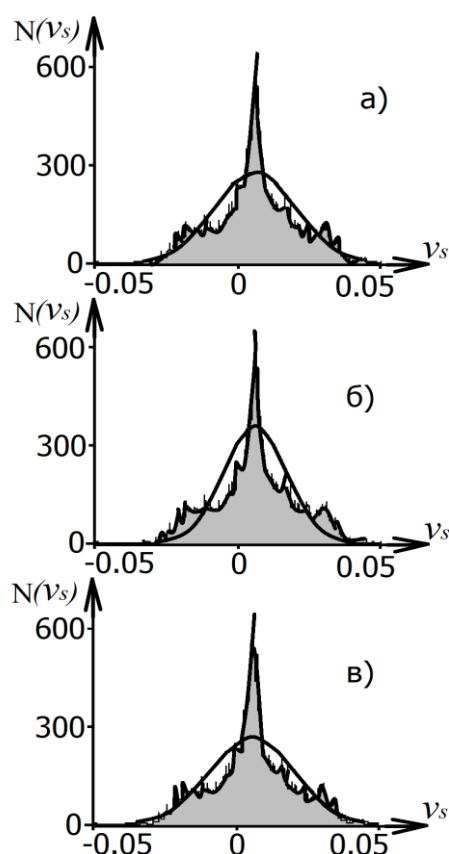


Рисунок 4.4 – Побудова нормального розподілу в моделі гарячої плазми для легких іонів (а – 1-й спосіб з відмінністю 16.2% від розподілу часток за швидкостями, б – 2-й спосіб – 20.2%, в – 3-й спосіб – 15.9%)

Таблиця 4.2

Результати побудови нормального розподілу у випадку гарячої плазми [7]

	Легкі іони			Важкі іони		
	спосіб 1	спосіб 2	спосіб 3	спосіб 1	спосіб 2	спосіб 3
Відмінність нормального розподілу від розрахункового	16.2%	20.2%	15.9%	17.5%	37.6%	16.9%
коэф. k з $\sigma = k \cdot \max(\bar{v})$	-	0.9	1.22	-	0.9	2.67
Енергія частинок поза нормальним розподілом	0.866	2.27	0.655	0.178	0.745	0.084
Енергія відсутніх в межах нормального розподілу частинок	0.741	0.386	0.966	0.104	0.032	0.151
Повна енергія частинок	4.584			0.831		

Для 3-го способу побудови нормального розподілу відмінності між двома розподілами вийшли менше, ніж для інших способів (рис. 4.5). Відмінності між першим та третім способом складають менше 1%, але за енергією частинок поза нормальним розподілом відмінності виявляються більше, наприклад, до двох разів у випадку важких іонів гарячої плазми.

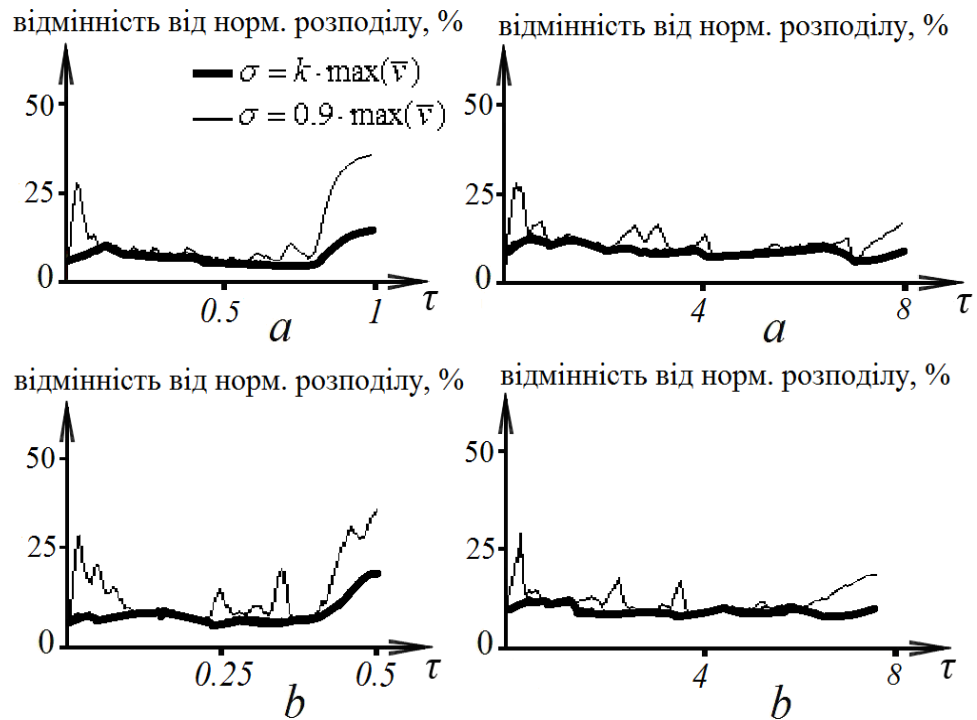


Рисунок 4.5 – Відмінність від нормального розподілу для моделі гарячої плазми (зліва) і моделі холодної плазми (праворуч) для легких іонів (a) і важких іонів (b)

Обрахований коефіцієнт k з $\sigma = k \cdot \max(\bar{v})$ виявляється більшим, ніж 0.9, хоч і близьким до нього у всіх розглянутих випадках на більшості довжини часової вісі (рис. 4.6).

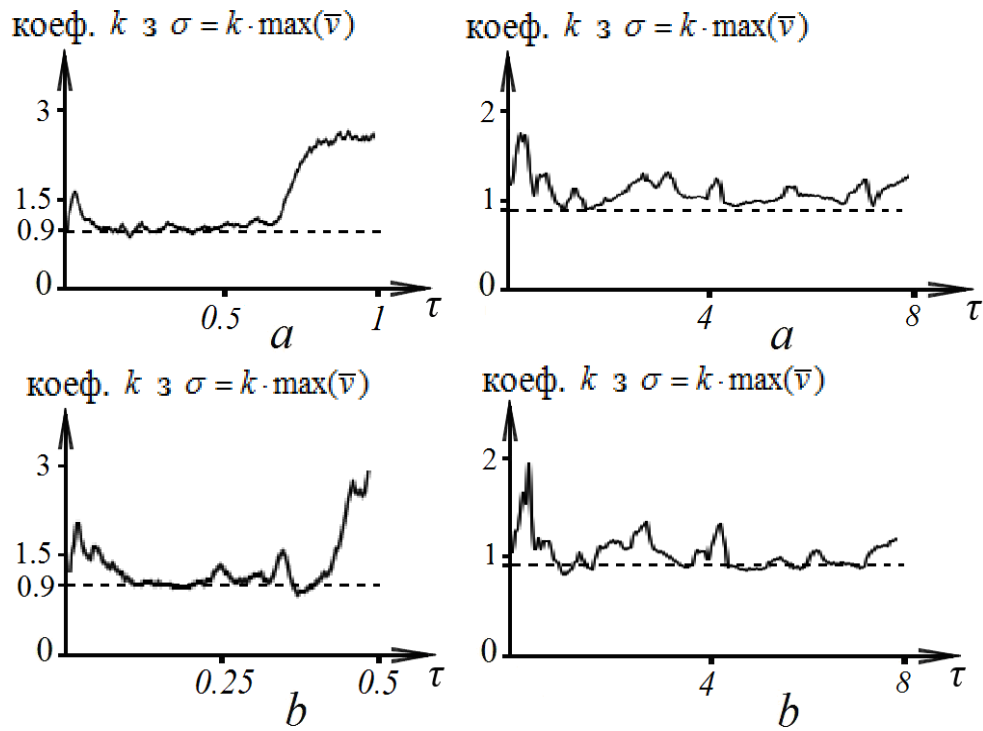


Рисунок 4.6 – Коефіцієнт k з $\sigma = k \cdot \max(\bar{v})$ для моделі гарячої плазми (зліва) і моделі холодної плазми (праворуч) для легких іонів (a) і важких іонів (b)

4.4 Визначення частки енергії швидких іонів

Визначимо відношення енергії частинок, які опинилися поза обраного нормального розподілу, до повної енергії іонів (табл. 4.3). При цьому використаний 3-й спосіб порівняння розподілів (через найменшу відмінність). Можна переконатися, що в гарячій плазмі розподіл іонів близький до нормального – частка енергії швидких частинок порядку 10-14% і можна говорити про «температуру іонів». При нагріванні частинок можна говорити про температуру тільки лише коли розподіл часток подібний до нормального або максвелівського розподілу. При наявності в максвелівському розподілі позитивних та негативних швидкостей його можна вважати тотожним нормальному розподілу. У випадку холодної плазми в розподілі присутня помітна частка швидких частинок, що спостерігалися в експериментах [101].

Таблиця 4.3

Розрахунок енергії іонів і частки енергії швидких частинок

	Гаряча плазма, легкі іони	Гаряча плазма, важкі іони	Холодна плазма, легкі іони	Холодна плазма, важкі іони
Енергія частинок $I = \sum_s \left(\frac{d\xi_s}{d\tau} \right)^2$	4.58	0.831	0.0861	0.0052
Частинок поза нормальним розподілом	3178	3386	2637	2534
Енергія частинок поза нормальним розподілом	0.655	0.084	0.0216	0.001
Відмінність нормального розподілу від розрахункового	15,9%	16,9%	13%	12,4%
Частка енергії швидких частинок	$\frac{0.655}{4.58} \cdot 100\% = 14.3\%$	$\frac{0.084}{0.831} \cdot 100\% = 10.1\%$	$\frac{0.0216}{0.0861} \cdot 100\% = 25.1\%$	$\frac{0.001}{0.0052} \cdot 100\% = 19.2\%$

Вимірювання температури іонів показують, що практично вся енергія поля – близько 90% поглинається електронами і близько 10% – іонами. Природа швидкого, безпосереднього нагріву іонів в пучкових експериментах в літературі не обговорювалася не тільки внаслідок відсутності технічних можливостей вимірювання на цьому етапі процесу (короткі часи), але і внаслідок нерозвиненості теоретичних уявлень – експериментатори поки не усвідомлюють масштаб безпосереднього нагріву.

Температура електронів досягає декількох сотень електрон-вольт, а температуру іонів можна підняти до десятків електрон-вольт. Подальше нагрівання плазмових іонів потрібно продовжувати вже за рахунок інших механізмів. Таким способом подальшого нагріву є, наприклад, використання Z-пінчів, де за рахунок магнітного стиснення більш потужнострумового пучка, ніж в установках плазмової електроніки, вдається створити надвисокі щільності струму. Процес безпосередньої передачі ВЧ енергії іонам займає дуже малі

часи, тобто відбувається практично миттєво, що дозволяє використовувати для збудження хвиль великої амплітуди випромінювання спрямованих на краплю дейтерію-тритію релятивістських сильнострумових пучків електронів (інерційний термоядерний синтез) або лазерів великої потужності (лазерний термоядерний синтез) [67].

Отже, в дисертаційній роботі показано, що результатом модуляційної нестійкості інтенсивних ленгмюрівських хвиль є формування нормального розподілу іонів за швидкостями, тобто можна говорити про температуру іонів [8]. Дані результати застосовні практично до всіх плазмових приладів, де порушуються інтенсивні плазмові (ленгмюрівські) коливання. У разі наявності зовнішнього магнітного поля треба додатково розглянути хвилі уздовж магнітних ліній. Експериментатори і технологи тепер можуть орієнтуватися на часи формування і значення температури іонів при порушенні плазмових хвиль великої амплітуди в об'ємі плазми.

4.5 Вплив рівня поглинання енергії поля на нагрів іонів

Можна, змінюючи умови поглинання енергії поля електронами плазми, домогтися інших значень температури іонів.

У дисертації обрана величина поглинання $\Theta = \theta / \delta = 0.05$, яке визначає поглинання енергії високочастотного поля в кавернах щільності іонів [5, 8, 78]. Далі розглянемо вплив поглинання на розвиток модуляційної нестійкості.

На рис. 4.7 показано, що при зменшенні поглинання процес розвитку нестійкості прискорюється, тобто різке зростання енергії низькочастотного поля починається у більш ранні часи [5, 8, 78]. При зменшенні поглинання в моделі холодної плазми енергія низькочастотного поля зростає швидше, ніж в моделі гарячої плазми. Далі при розвитку процесу нестійкості енергія низькочастотного спектру знижується через її передачу частинкам плазми.

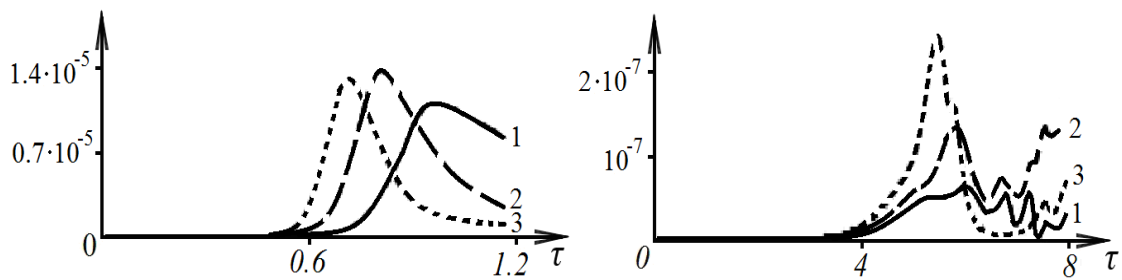


Рисунок 4.7 – Енергія низькочастотного спектру в моделі гарячої плазми (ліворуч) і в моделі холодної плазми (праворуч) для легких іонів (1 – $\Theta=0.05$, 2 – $\Theta=0.015$, 3 – $\Theta=0.001$) як функція часу

Оскільки при зменшенні поглинання енергія низькочастотного поля зростає, то це призводить до більш активної передачі енергії частинкам плазми, зокрема, до зростання енергії іонів (рис. 4.8) [5, 8, 78].

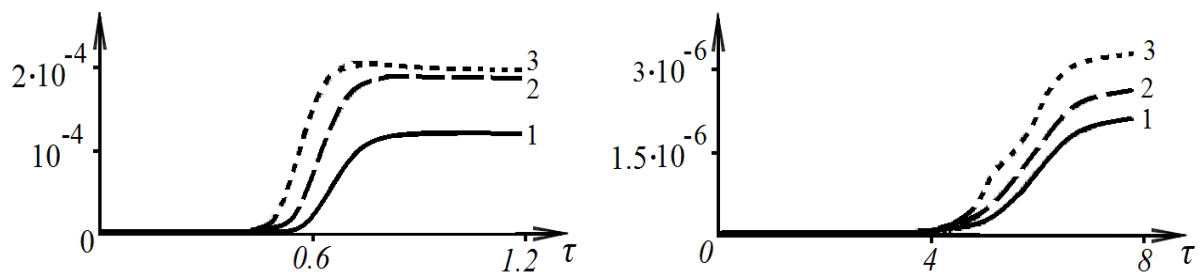


Рисунок 4.8 – Кінетична енергія іонів в моделі гарячої плазми (ліворуч) і в моделі холодної плазми (праворуч) для легких іонів (1 – $\Theta=0.05$, 2 – $\Theta=0.015$, 3 – $\Theta=0.001$) як функція часу

Крім зростання енергії іонів при зменшенні поглинання відбувається більш рівномірний нагрів іонів, тобто розподіл іонів за швидкостями стає більше схожим на нормальний (відмінність між розподілами розрахована як показано раніше) (рис. 4.9) [5, 8, 78].

Таким чином, при зменшенні поглинання уширюється спектр високочастотних мод, збільшується тиск високочастотного поля в кавернах, що призводить до поглиблення каверн щільності і зростання енергії іонів в кавернах [5, 8, 78].

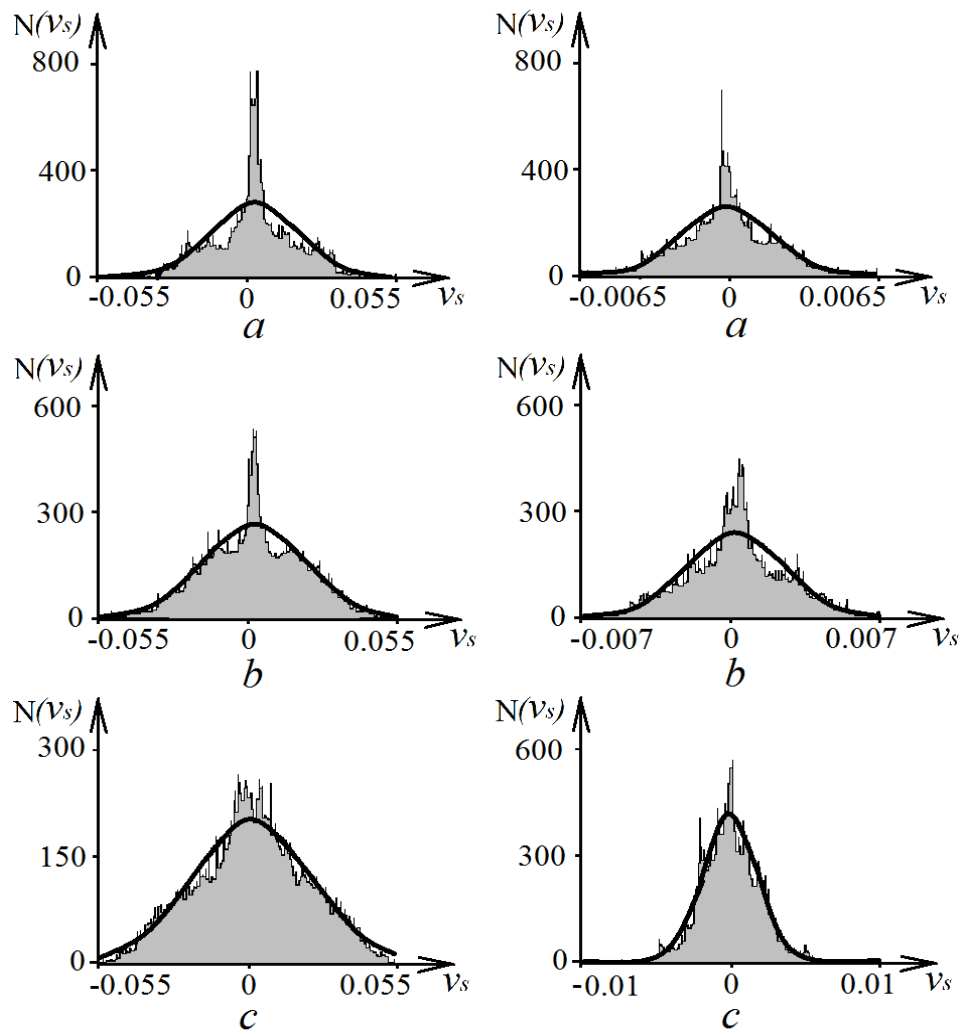


Рисунок 4.9 – Розподіл іонів за швидкостями для моделі гарячої плазми (зліва) і моделі холодної плазми (праворуч) для легких іонів ($a - \Theta = 0.05$, $b - \Theta = 0.015$, $c - \Theta = 0.001$)

Висновки до розділу 4

Удосконалено обчислювальний метод оцінки температури іонів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми; на основі результатів моделювання обчислена енергія швидких іонів.

Була розглянута ступінь наближення розрахункового розподілу іонів до нормального розподілу. Реалізовано три способи побудови нормального розподілу. Відмінність нормального розподілу від розподілу іонів за швидкостями розраховується для кожного способу як частка кількості іонів, які не збігаються у цих двох розподілів, від загальної кількості іонів S .

Для третього способу побудови нормального розподілу відмінності між двома розподілами вийшли менше, ніж для інших способів. Для третього способу визначена частка енергії швидких частинок (іонів).

З отриманих результатів можна переконатися, що в гарячій плазмі розподіл іонів близький до нормального і можна говорити про температуру іонів. У випадку холодної плазми у розподілі присутня помітна частка швидких частинок, що спостерігалися в експериментах.

Дані результати застосовні практично до всіх плазмовим приладів, де порушуються інтенсивні плазмові (ленгмюрівські) коливання.

Результати дослідження здобувача відображено у публікаціях [7, 77].

РОЗДІЛ 5

СИСТЕМНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ВЗАЄМОДІЇ ПУЧКА ЕЛЕКТРОНІВ ТА МОДУЛЯЦІЙНОЇ НЕСТІЙКОСТІ ЗБУДЖУВАНОВОГО ПОЛЯ В ПЛАЗМІ

Розроблена системна модель, що включає дві розглянуті раніше моделі – модель модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми і модель взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями. Системна модель враховує взаємодію частинок плазми з модуляційно нестійкими коливаннями в холодній плазмі з використанням імітації взаємного впливу електронного пучка та нестійких ленгмюрівських коливань в плазмі один на одного, спираючись на закони збереження енергії. При об'єднанні моделей знайдено такий рівень поглинання енергії коливань Θ в моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазові коливання», щоб динаміка процесу в моделі була близька до режиму роботи моделі модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми за енергетичними показниками. Знайдено режим максимального відбору енергії у частинок пучка електронів в пучково-плазових генераторах.

5.1 Постановка завдання

Створення повноцінної самоузгодженої моделі взаємодії електронного пучка з плазмою є досить складним завданням, тому представляє інтерес використання імітації впливу пучка і плазми один на одного, спираючись на закони збереження енергії [4]. Для цього виконується об'єднання двох моделей:

– моделі модуляційної нестійкості інтенсивних ленгмюрівських хвиль в плазмі, яка описує нелінійне поглинання цих хвиль в плазмі (обрана гібридна модель для холодної плазми (2.1) – (2.10));

– моделі багатомодового режиму взаємодії пучка релятивістських електронів з плазмою (модель системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання») (2.18) – (2.24).

У дисертації в якості одновимірних гібридних моделей модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в плазмі розглядаються моделі холодної і гарячої плазми. При об'єднанні моделей використовується гібридна модель для холодної плазми, тому що практичний інтерес представляє збудження параметрично нестійких ленгмюрівських хвиль пучком релятивістських електронів саме в холодній плазмі. І саме холодна плазма, що має характерний час розвитку модуляційної нестійкості $\omega_{pe} / \delta = 29.4$, використовувалася в моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» [6, 10].

Вплив моделі холодної плазми на модель «електронний пучок – плазмові коливання» здійснюється через використання поглинання $\Theta \frac{A_{0p}}{p}$ в рівнянні A_{0p} (2.18). Вплив моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» на модель для холодної плазми здійснюється через використання рівнянь a_0, ϕ_0 (2.20)-(2.21), а також через використання в рамках об'єднаної моделі в рівнянні $\frac{\partial \psi_n}{\partial \tau}$ (2.8) величини фазового розлаштування $\Delta = -\frac{\partial \phi_0}{\partial \tau}$, в той час як в окремій моделі для холодної плазми раніше використовувалося $\Delta = 1$.

Закон збереження енергії в системній моделі. Для моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» закон збереження енергії представлений рівнянням (2.25). Закон збереження енергії для моделі холодної плазми має вигляд (2.17) з помноженням кожного доданка на $\frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{1}{2p_0^2}$ для сумісності з розмірністю моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання»:

$$\frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{a_0^2}{16\pi p_0^2} + \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{16\pi p_0^2} \sum_n \frac{e_n^2}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{\theta}{8\pi p_0^2} \int_0^\tau d\tau' \sum_n \frac{n^6}{n_M^6} \cdot \frac{e_n^2(\tau')}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{\pi}{2p_0^2} \frac{M}{m_{eo}} \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2 \cdot d\xi_0 = const. \quad (5.1)$$

Тут в (5.1) енергія інтенсивної довгохвильової ленгмюрівської хвилі (1-й доданок) переходить спочатку в енергію високочастотного ленгмюрівського короткохвильового спектру (2-й доданок) [4]. Потім високочастотне поле внаслідок загасання на електронах вигорає, передаючи свою енергію електронам плазми (3-й доданок). У цих умовах порушуються низькочастотні хвилі і їх енергія передається іонам (4-й доданок).

В обох моделях використовується спектр збурень, який фізично є одним й тим же явищем у обох моделях, але описаний різними рівняннями. В моделі холодної плазми ці рівняння описують спадання основної хвилі і передачу її енергії спектру. А у моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» ці рівняння описують ріст, а потім спадання та осцилювання спектру. Тому для моделі холодної плазми через відсутність етапу росту основної хвилі спочатку будемо використовувати значення амплітуди основної хвилі, обраховане з рівнянь законів збереження енергії обох моделей. Тобто з (2.25) та (5.1) запишемо відповідність енергії спектрів обох моделей:

$$\frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{a_0^2}{16\pi p_0^2} + \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{16\pi p_0^2} \sum_n \frac{e_n^2}{n^2} = \sum_{p=1}^p \frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \frac{A_{0p}^2}{p^2}, \quad (5.2)$$

звідки знайдемо $a_0 = \sqrt{2 \frac{p_0^2}{\omega_{pe}^4 / \delta^4} \sum_{p=1}^p \frac{p^2 + p_0^2}{p^2} \frac{A_{0p}^2}{p^2} - \sum_n \frac{e_n^2}{n^2}}$. Обраховане a_0 будемо використовувати в моделі холодної плазми до виходу a_0 на максимум, завдяки чому отримаємо однакові значення енергії спектру в обох моделях, а потім будемо використовувати рівняння a_0 з моделі холодної плазми (2.5). В результаті поведінка a_0 до виходу на максимум співпадає в системній моделі та моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання», а після виходу на максимум якісно однакова в системній моделі для моделі холодної плазми та в окремій моделі для холодної плазми (рис. 5.1).

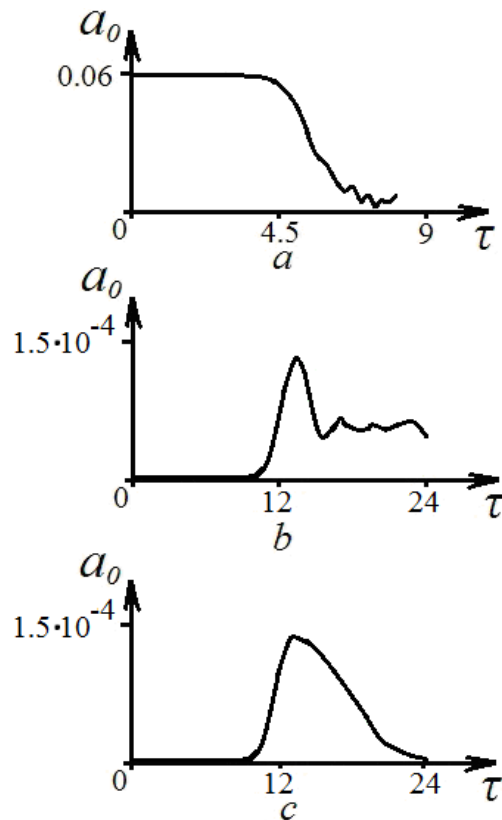


Рисунок 5.1 – Поведінка a_0 в окремій моделі для холодної плазми (a), в системній моделі для моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» (b), в системній моделі для моделі холодної плазми (c) за $\gamma_0 = 1.6$ та $\Theta = 0.1$

Окрема модель системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» враховує поглинання енергії частинками плазми – електронами та іонами через рівень поглинання Θ ; цей параметр можна змінювати вручну при моделюванні в широкому інтервалі чисел, як було в окремій моделі. Але в реальності поглинання залежить від інших параметрів моделі і тому воно має єдине значення для окремого набору значень параметрів. Тому при об'єднанні моделей у системну модель знайдемо такий рівень поглинання Θ в моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання», динаміка процесу якої близька до режиму роботи моделі модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль для холодної плазми за енергетичними показниками, тобто коли в системній моделі 2-й доданок виразу (2.25) відповідає сумі 3,4 доданків у виразі (5.1):

$$2\Theta \sum_{p=1}^P \left(\frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \sum_0^\tau \frac{A_{0p}^2}{p^2} \partial \tau \right) = \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{p_0^2} \frac{\theta}{8\pi} \int_0^\tau d\tau' \sum_n \frac{n^6}{n_M^6} \cdot \frac{e_n^2(\tau')}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{\pi}{2p_0^2} \frac{M}{m_{eo}} \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{d\xi}{d\tau} \right)^2 \cdot d\xi_0. \quad (5.3)$$

Отже, підбираючи в рамках об'єднаної моделі таке значення поглинання Θ , щоб виконувалася рівність у виразі (5.3), ми знайдемо відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню релятивістського фактора. Тобто сума доданків у правій частині (5.3) буде відповідати поглинанню енергії поля, що збуджується пучком електронів в плазмі. Тож завдяки системній моделі ми знайдемо, скільки енергії поглинається плазмою для різних значень релятивістського фактора γ_0 .

Також визначені значення $p_{\min}; p_{\max}$ зі значень середньої півширини спектру, як це було показано раніше для окремої моделі. Обчислювальний експеримент, як і в окремій моделі, триває поки енергія іонів $\sum_s (d\xi_s/dt)^2$ в моделі холодної плазми не вийде на постійне значення [82]. Поведінка енергії іонів з часом якісно не відрізняється в системній та окремій моделях (рис. 5.2).

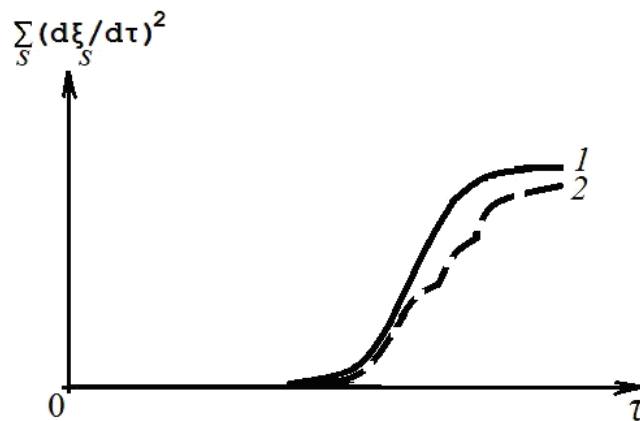


Рисунок 5.2 – Енергія іонів $\sum_s (d\xi_s/dt)^2$ від часу (1 – в окремій моделі для холодної плазми, 2 – в системній моделі) за $\gamma_0 = 1.6$ та $\Theta = 0.1$

Початкові значення параметрів системної моделі відповідають прийнятим раніше значенням параметрів моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання», а початкові значення параметрів

холодної плазми відповідають прийнятим раніше значенням параметрів окремої моделі для холодної плазми [4].

5.2 Підбір значення поглинання, при якому виконується збереження енергії в системі

При підборі поглинання методом послідовного аналізу варіантів виявлено [4], що при зменшенні поглинання Θ різниця між кривими 2 і 3 (рис. 5.3), складовими рівності (5.3), скорочується. Тому розглянуті випадки низького значення поглинання $\Theta < 0.1$, при яких різниця між кривими 2 і 3 (рис. 5.3) невелика.

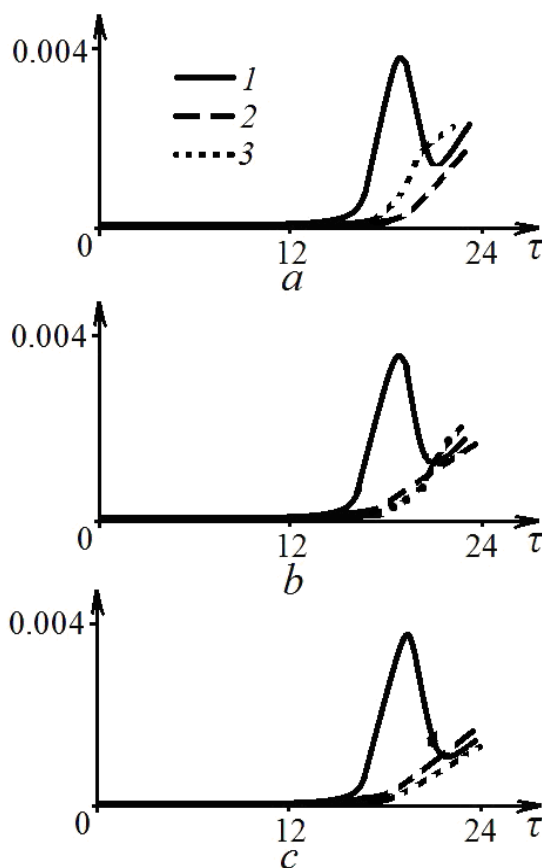


Рисунок 5.3 – Поведінка енергії поля (крива 1), поглинання (крива 2) і кривої 3 – суми 3,4 доданків у виразі (5.1) від часу (а – $\Theta = 0.03$, б – $\Theta = 0.05$, с – $\Theta = 0.07$) за

$$\gamma_{b0} = 3$$

Методом послідовного аналізу варіантів знайдені параметри пучково-плазмового генератора (поглинання Θ та релятивістський фактор γ_0) (рис. 5.4), з яких можна оцінити, якому рівню поглинання відповідає кількість енергії, що поглинається плазмою. Наприклад, за $\gamma_0 = 1.6$ рівень поглинання енергії плазмою складає $\Theta = 0.1$. Такі значення релятивістського фактора $\gamma_0 = 1.6$ відповідають реальним пучково-плазмовим генераторам, наприклад, в роботі [67] описано генератор з $\gamma_{b0} = 1.8 \div 2.0$. Із зростанням значення релятивістського фактору рівень поглинання енергії плазмою значно падає, тому не будемо його оцінювати для режиму релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$.

Значення параметрів, пов'язаних з поглинанням, обраховуються для системної моделі на півширині імпульсу поля, як це було і в окремій моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання».

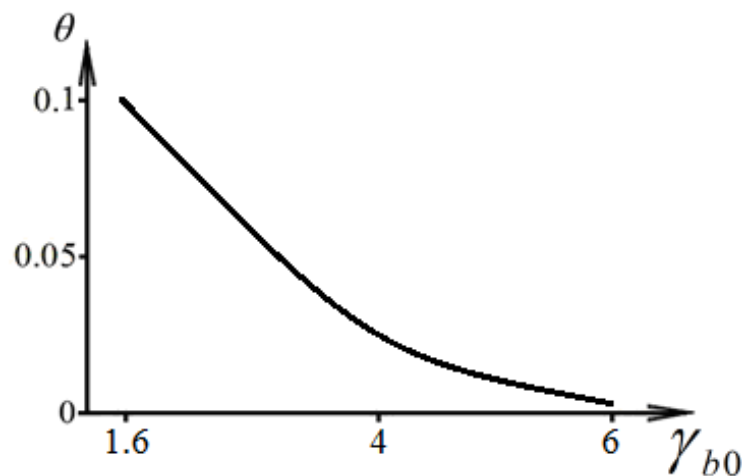


Рисунок 5.4 – Відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню релятивістського фактора

Положення іонів на фазовій площині та їх розподіл за швидкостями в системній моделі якісно мало відрізняються від результатів окремої моделі модуляційної нестійкості. Знайдено відмінності в розподілі іонів за швидкостями від найбільш близького нормального розподілу (спосіб знаходження відмінностей описаний в дисертації в розділі 4) (рис. 5.5).

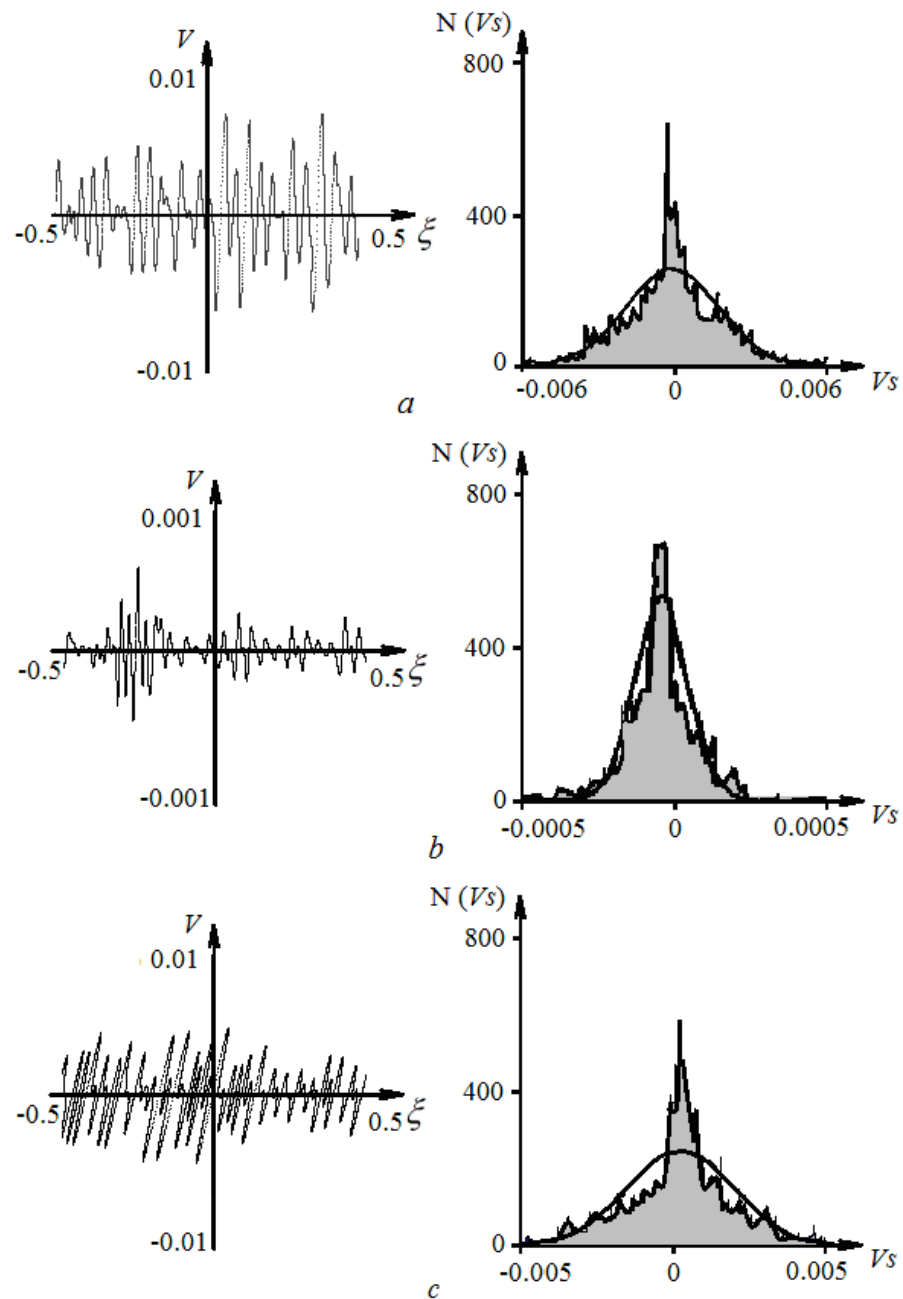


Рисунок 5.5 – Іони на площині (ξ, v) (зліва) і розподіл іонів за швидкостями (праворуч) (*a* – в окремій моделі для холодної плазми відмінності складають 13%, *b* – в системній моделі за $\gamma_0 = 1.6$ та $\Theta = 0.1$ відмінності складають – 16,2%, *c* – в системній моделі за $\gamma_0 = 3$ та $\Theta = 0.05$ відмінності складають – 17,3%)

Але кількісно швидкість іонів дуже залежить від розміру енергії основної хвилі a_0 та її спектру e_n . В окремій моделі модуляційної нестійкості початкове та одночасно максимальне значення амплітуди основної хвилі було у всіх випадках $a_0 = 0.06$, що означало передачу іонам приблизно однакової кількості

енергії (передана енергія відрізнялась у кілька разів між випадками легких та важких іонів). В системній моделі ця кількість енергії збільшується з ростом γ_0 . Максимальне значення амплітуди $a_0 = 0.06$ відповідає значенню релятивістського фактора приблизно $\gamma_0 \approx 3 \div 3.5$.

Поведінка інших характеристик моделей, таких як спектр та фаза коливань, розподіл іонів та частинок пучка за ξ якісно збігаються в системній моделі та в окремих моделях. Тож об'єднання окремих моделей у системну з використанням імітації впливу моделей одна на одну можна вважати успішним, незважаючи на неможливість забезпечити самоузгодженість в системній моделі.

Крім того, можна спробувати розглянути рівні поглинання поза кривою з рис. 5.4, а саме більші рівні поглинання. Тоді різницю між енергією на цих рівнях та поглиненою енергією за кривою з рис. 5.4 можна вважати енергією енергію, що виводиться з генератора. З цього можна оцінити рівень розподілу енергії на поглинання плазмою та на інші втрати у системній моделі та в окремій моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» для різних рівнів поглинання та порівняти зі знайденим, наприклад, для $\gamma_0 = 1.6$ рівнем поглинання енергії плазмою $\Theta = 0.1$ (рис. 5.6).

Результати моделювання взаємодії пучка електронів і модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі з використанням імітації показують слабкий вплив розпаду хвильових збурень на режим генерації для релятивістських пучків електронів і низький рівень відбору енергії в цих умовах. Це якісно відповідає експериментальним спостереженням і чисельним експериментам в більш ідеалізованому одномодовому режимі [59], що дозволяє з довірою ставитися до використання запропонованої системної моделі.

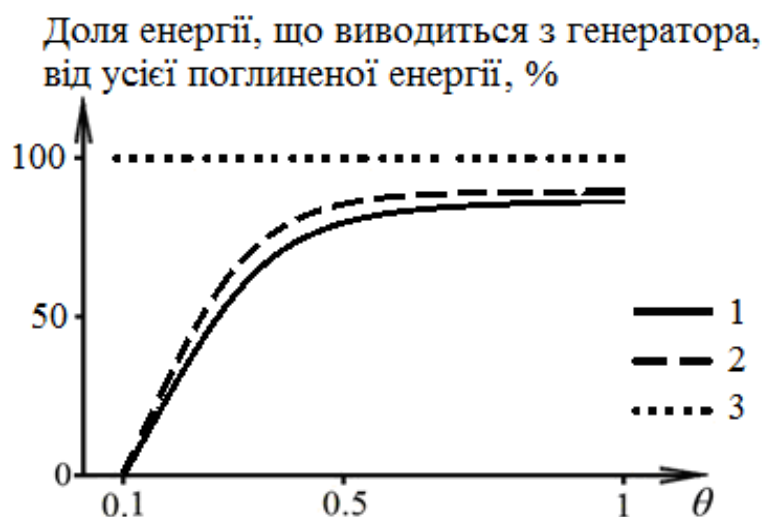


Рисунок 5.6 – Доля енергії, що виводиться з генератора, від усієї поглиненої енергії Θ за $\gamma_0 = 1.6$, якщо вважати рівень поглинання енергії плазмою як $\Theta = 0.1$ (крива 1), якщо рівень поглинання енергії плазмою розраховано для кожної точки графіку окремо (крива 2), якщо інші втрати, крім поглинання енергії плазмою, відсутні як у окремій моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» (крива 3)

5.3 Використання моделі для узгодження параметрів пучково-плазмового генератора і системи виведення високочастотної енергії

Результати моделювання показали, що розвиток пучкової нестійкості в багатомодовому режимі супроводжується розширенням спектру, більш сильним впливом поглинання енергії коливань на процес, ніж в одномодових випадках [3]. У разі відносно слабких рівнів поглинання інтегральне поле в лабораторній системі відліку, де плазма спочиває, в фіксованих точках в середньому мало змінюється, принаймні, на початковому етапі процесу, модуляція пучка слабо виражена [3].

Можна показати (рис. 5.7), що при $\Theta \approx 0.6$ швидкість відбору енергії у пучка найбільша, хоча це не так явно виражено, як в одномодовому режимі [80, 81]. Максимальний відбір енергії у частинок пучка досягається при $\theta = 0.5 \div 0.7$ на відміну від випадку одномодового режиму, коли для цього необхідно вибрати

значення параметра $\theta \approx 3$ [81]. Тобто риси процесу, характерні для одномодових дисипативних нестійкостей (при яких $\theta > 1$), в багатомодовому випадку проявляються вже при значеннях $\theta > 0,1 \div 0,5$. Такі рівні поглинання формально відносяться до реактивних режимів процесу [10].

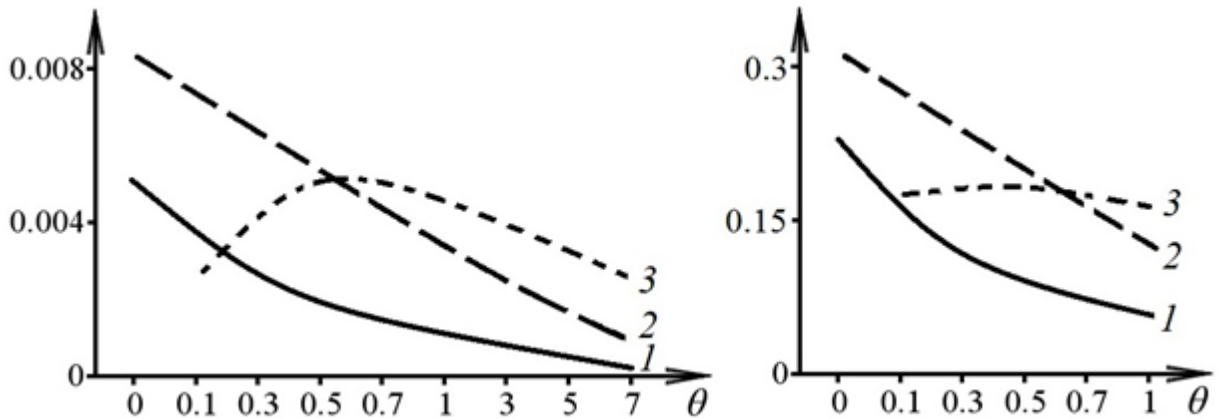


Рисунок 5.7 – Значення величин як функції поглинання Θ для нерелятивістського пучка $\gamma_{b0} = 1.6$ (зліва) і релятивістського пучка $\gamma_{b0} = 10$ (праворуч) (1 – середня амплітуда поля $a_{0\max}$, 2 – величина відносного інкремента, нормована на частоту $\delta(\Theta)/\omega_{pe} \approx \frac{\delta}{\omega_{pe}} \{1 + (\frac{3}{2})^{1/2} \Theta\}^{-1}$ поділена на 4 для $\gamma_{b0} = 1.6$ та помножена на 10 для $\gamma_{b0} = 10$, 3 – величина інтегральної енергії поля $\sum_{p=1}^P (\frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} 2\Theta \sum_0^\tau \frac{A_{0p}^2}{p^2} \partial\tau)$, яка виводиться, помножена на 30 для $\gamma_{b0} = 1.6$ та поділена на 3 для $\gamma_{b0} = 10$)

Але на основі результатів моделювання системної моделі визначена відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню γ_0 та показано, що за рівня поглинання $\Theta = 0.5 \div 0.7$ неможна підібрати значення γ_0 у генераторі через невиконання закону збереження енергії. Тому для досягнення режиму ефективної генерації за рівня поглинання $\Theta = 0.5 \div 0.7$ потрібно підбирати не тільки значення γ_0 та Θ , але й змінювати значення інших параметрів моделі.

Висновки до розділу 5

Розроблена системна модель, що включає дві розглянуті раніше моделі – модель модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми і модель взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями. Системна модель – це модель системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазові коливання», яка враховує взаємодію частинок плазми з модуляційно нестійкими коливаннями в холодній плазмі з використанням імітації взаємного впливу електронного пучка та нестійких ленгмюрівських коливань в плазмі один на одного, спираючись на закони збереження енергії.

При об'єднанні моделей знайдено такий рівень поглинання енергії коливань Θ в моделі «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазові коливання», щоб динаміка процесу в моделі була близька до режиму роботи моделі модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми за енергетичними показниками.

Знайдено режим максимального відбору енергії у частинок пучка електронів в пучково-плазових генераторах. Результати моделювання показали, що розвиток пучкової нестійкості в багатомодовому режимі супроводжується розширенням спектру, сильнішим впливом поглинання енергії коливань на процес, ніж в одномодових випадках, досліджуваних багатьма авторами. Риси процесу, характерні для одномодових дисипативних нестійкостей при $\Theta > 1$, в багатомодовому випадку проявляються вже при значеннях $\Theta > 0.1$. Максимальний відбір енергії у частинок пучка досягається при рівні поглинання енергії коливань $\Theta = 0.5 \div 0.7$ на відміну від випадку одномодового режиму, коли для цього необхідно вибрати значення параметра $\Theta \approx 3$.

Але на основі результатів моделювання системної моделі показано, що за рівня поглинання $\Theta = 0.5 \div 0.7$ неможна підібрати значення релятивістського фактора для пучка електронів у генераторі через невиконання закону збереження енергії. Методом послідовного аналізу варіантів визначена

відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню релятивістського фактора, що дозволяє уточнити значення параметрів пучково-плазмового генератора з метою покращення його технічних характеристик. Наприклад, рівень поглинання $\Theta \approx 0.1$ відповідає значенню релятивістського фактора $\gamma_0 = 1.6$. Для досягнення режиму ефективної генерації за рівня поглинання $\Theta = 0.5 \div 0.7$ потрібно підбирати не тільки значення релятивістського фактора γ_0 та поглинання енергії Θ , але й інших параметрів системної моделі. Використання системної моделі дозволяє в подальшому будувати нові розвинуті моделі подібних процесів в умовах виконання законів збереження енергії.

Отримані результати можна використовувати для узгодження параметрів пучково-плазмового генератора і системи виведення високочастотної енергії в багатомодовому режимі за рахунок визначення параметрів для найкращого відбору енергії у частинок електронного пучка.

Результати дослідження здобувача відображено у публікаціях [4, 6].

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі отримано нові наукові й практичні результати, які вирішують актуальне наукове завдання, що полягає у вдосконаленні методів математичного і чисельного моделювання для вибору умов підвищення ефективності генерації НВЧ коливань і нагрівання іонів плазми в пристроях плазмової електроніки (в пучково-плазмових НВЧ генераторах і підсилювачах) і в установках пучкового нагрівання плазми. Ці результати полягають в наступному:

1. З аналізу джерел встановлено, що існуючі засоби математичного і чисельного моделювання процесів пучково-плазмової взаємодії і модуляційної нестійкості плазмових коливань в пучково-плазмових генераторах і в установках пучкового нагрівання плазми мають недоліки, пов'язані з недостатньою кількістю моделюючих іонів і електронів частинок плазми і недостатньою кількістю мод спектру хвильових збурень, з неповним аналізом результатів моделювання. Для подолання цих недоліків обраний гібридний метод опису плазми, значно підвищена чисельність частот та мод спектру, застосовані технології паралельного програмування, розглянуто і порівняно різні режими роботи моделей, обґрунтовано вибір початкових умов основних характеристик процесів.

2. На основі результатів моделювання були визначені початкові умови математичних моделей, за яких була підвищена точність чисельних експериментів з вибору раціональних параметрів пучково-плазмових генераторів та з визначення умов нагріву іонів. Такими початковими умовами є раніше не наведені в літературі достатні для точного опису плазми гібридним методом в одновимірному випадку кількість іонів та мод спектру, часові кроки чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь. Показана коректність, існування і єдність розв'язку математичних моделей, стійкість систем рівнянь при зміні вхідних даних, чисельна збіжність послідовності рішень до точного

рішення, виконання закону збереження енергії в моделях за визначених початкових умов в різних режимах: для випадків гарячої і холодної плазми, важких і легких іонів, високого і низького рівня відбору енергії електронного пучка, сильно- і слаборелятивістських пучків.

3. *Уперше* побудовані алгоритмічні моделі процесів модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та взаємодії пучка електронів з плазмовими коливаннями, які на відміну від існуючих використовують переваги застосування технології CUDA для прискорення процесу моделювання за рахунок паралельного обчислення систем інтегро-диференціальних рівнянь з використанням чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь (явного методу Ейлера і явного методу Рунге-Кутти 4 порядку точності). Процес моделювання вдалося прискорити від декількох до декількох десятків разів в порівнянні з обчисленнями на центральних процесорах такої ж вартості та енергоспоживання в залежності від обраних початкових умов і в залежності від застосування способів оптимізації обчислень.

4. *Удосконалено* обчислювальний метод неперервної оцінки температури іонів за рахунок розробки та застосування методу обчислення енергії швидких іонів, а також за рахунок використання методу пошуку такого нормального розподілу, який є максимально близьким до розрахованого розподілу іонів за швидкостями. Це дозволило показати, що в гарячій плазмі енергія швидких іонів становить 10-14% їх повної енергії, а в холодній плазмі – 19-25%, що важливо для прогнозування впливу плазми на стінки приладів.

5. На основі результатів моделювання для цілей підвищення технічних характеристик пучково-плазмових генераторів в багатомодовому режимі оцінено вплив поглинання енергії коливань в плазмовому об'ємі. В результаті чисельних експериментів визначено параметри пучково-плазмового генератора, які забезпечать найкращий відбір енергії у частинок електронного пучка. Розраховано, що при відносному рівні виведення енергії $\Theta = 0.5 \div 0.7$ швидкість відбору енергії у пучка найбільша.

6. *Уперше* розроблена системна модель, яка на відміну від існуючих поєднує гібридну модель модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми та модель взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями з використанням імітації взаємного впливу моделей, спираючись на закони збереження енергії. Системна модель дозволяє в подальшому будувати нові розвинуті моделі подібних процесів за рахунок підбору параметрів в умовах виконання законів збереження енергії. Методом послідовного аналізу варіантів визначена відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню релятивістського фактора, що дозволяє уточнити значення параметрів пучково-плазового генератора з метою покращення його технічних характеристик.

Достовірність отриманих в дисертаційній роботі наукових й практичних результатів підтверджено в дослідженнях нелінійних хвильових процесів і взаємодій «хвиля-частка» при розв'язанні задач вдосконалення пристроїв плазової електроніки.

Таким чином, була досягнута мета дослідження, яка полягає у підвищенні ефективності процесів вибору раціональних параметрів функціонування пучково-плазових генераторів і підсилювачів НВЧ випромінювання, а також у визначенні умов та ступеня нагріву іонів для прогнозування впливу на стінки приладів шляхом вдосконалення математичних моделей і методів обчислення розглянутих фізичних процесів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Приймак А. В. Анализ гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2013. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 23 (№ 1089). – С. 145–162.
2. Приймак А. В. Оптимизация вычислений на CUDA при моделировании неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». – Київ : Век+. – 2013. – Інформатика, управління та обчислювальна техніка: Зб. наук. пр., № 58. – С. 125–130.
3. Dynamics of ions during development of parametric instability of langmuir waves / V. M. Kuklin, A. V. Pryjmak, A. G. Zagorodny [et al.] // Problems of Atomic Science and Technology. – 2013. – Series: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration, issue 8, N 4 (86). – P. 260–266.
4. Приймак А. В. Имитационное моделирование системы «электронный пучок – модуляционно неустойчивые плазменные колебания» / А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2015. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 27. – С. 137 – 149.
5. Ion kinetics and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // Problems of Atomic Science and Technology. – 2015. – Series: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration, issue 9, N 4 (98). – P. 258–263.
6. Приймак А. В. Анализ модели системы «релятивистский электронный пучок-плазма» / В. М. Куклин, А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2015. – Сер. : Математичне моделювання.

Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 26 (№ 1156). – С. 115–128.

7. Особенности нагрева ионов при развитии неустойчивости интенсивных ленгмюровских колебаний в плазме / А. Г. Загородний, А. В. Киричок, В. М. Куклин, А. В. Приймак // Физические основы приборостроения. – 2014. – Т. 3, № 1. – С. 58–69. – Режим доступа: http://physbi.ru/archive_issues/32-fizicheskie-osnovy-priborostroeniya-2014-t3-1.html.

8. Ion heating, burnout of the high-frequency field, and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. G. Zagorodny, A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak // Physics of Plasmas. – 2015. – № 22, 092118. – 8 p. – Режим доступа: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/22/9/10.1063/1.4931058>.

9. Pryjmak A. V. Comparative kinetics of ions for different modes of parametric instability of intense Langmuir waves in plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryjmak // East European Journal of Physics. – Karazin Kharkiv National University, Publisher. – 2014. – Vol. 1, Number 1. – P. 30–36. – Режим доступа: http://eejp.univer.kharkov.ua/Biblio/2014/EEJP_1_1/11p30-36.pdf.

10. Modulation of integral field of multimode beam instabilities in plasma / A. G. Zagorodny, A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak // East European Journal of Physics. – Karazin Kharkiv National University, Publisher. – 2014. – Vol. 1, N 2. – P. 53–66.

11. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме / В. Н. Цытович // Успехи физических наук. – 1966. – С. 435–489.

12. Приборы физической электроники : учебное пособие / А. И. Астайкин, Л. В. Воронина, А. Ф. Липатов, В. Б. Профе. – Москва : Высшая школа, 2008. – 229 с.

13. Силин В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму / В. П. Силин. – Москва : Наука, 1973. – 288 с.

14. Ахиезер А. И. Электродинамика плазмы / А. И. Ахиезер. – Москва : Наука, 1974. – 2-е изд., перераб. – 720 с.

15. Silin V. P. The electromagnetic properties of plasma and plasmalike media / V. P. Silin, A. A. Ruhadze. – Москва : Атомиздат, 1961. – 244 p.
16. Basov N. G. Plasma heating condition by optical generator radiation / N. G. Basov, O. N. Krohin. // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1964. – Т. 46, № 1. – P. 171–175.
17. Dawson J. M. On the production of plasma by giant pulse lasers / J. M. Dawson // Physics of Fluids. – 1964. – Vol. 7, № 7. – P. 981–987.
18. Paschinin P. P. Dense high-temperature plasma production by laser heating of the special gas target / P. P. Paschinin, A. M. Prokhorov // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1971. – Т. 60, № 5. – P. 1630–1636.
19. Buts V. A. The Theory of Coherent Radiation by Intense Electron Beams / V. A. Buts, A. N. Lebedev, V. I. Kurilko. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. – 322 p.
20. Fainberg J. B. Plasma electronic / J. B. Fainberg // Украинский физический журнал. – 1978. – Т. 23, № 11. – P. 1885–1901.
21. Kuzelev M. V. Dense electron beam electrodynamic in Plasma / M. V. Kuzelev, A. A. Ruhadze. – Москва : Наука, 1990. – 336 p.
22. Shapiro V. D. Wave-particle interaction in nonequilibrium media / V. D. Shapiro, V. I. Schevchenko // Известия вузов. Радиофизика. – 1976. – Т. 19, № 5–6. – P. 787–791.
23. Zakharov V. E. Stability of nonlinear waves in dispersive media / V. E. Zakharov // Журнал теоретической и прикладной физики. – 1966. – Т. 51. – P. 668–671.
24. Silin V. P. Parametric resonance in a plasma / V. P. Silin // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1965. – Т. 48, № 6. – P. 1679–1691.
25. Aliev Ju. M. Plasma oscillations in a high-frequency electric field / Ju. M. Aliev, V. P. Silin // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1965. – Т. 21, № 3. – P. 601–607.

26. Gorbunov L. M. Plasma instability in a strong high-frequency field / L. M. Gorbunov, V. P. Silin // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1966. – Т. 22, № 6. – P. 1347–1352.
27. Anomalous high-frequency resistivity and heating of a plasma / W. L. Kruer, P. K. Kaw, J. M. Dawson, C. Oberman // Physical Review Letters. – 1970. – Vol. 24, № 18. – P. 987–990.
28. Silin V. P. Anomalous nonlinear dissipation HF radio-waves in plasma / V. P. Silin // Успехи физических наук. – 1972. – Т. 108, № 4. – P. 625–654.
29. Kruer W. L. Heating of underdense plasma by intense lasers / W. L. Kruer // Physics of Fluids. – 1973. – Vol. 16, N 9. – P. 1548–1550.
30. Kuklin V. M. Parametric influence of powerful radiation on plasma surface / V. M. Kuklin, I. P. Panchenko, V. M. Chernousenko // Институт теоретической физики УССР. – 1989. – 31 p.
31. Ivanov A. A. Nonlinear interaction large amplitude Langmuir waves in collisionless plasma / A. A. Ivanov, M. G. Nikulin // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1973. – Vol. 65, N 1. – P. 168–174.
32. Spectra of developed Langmuir turbulence in a nonisothermal magnetized plasma / L. N. Vyacheslavov, V. S. Burmasov, I. V. Kandaurov [et al.] // Physics of Plasmas. – 1995. – Vol. 2. – P. 2224–2230.
33. McFarland M. D. Spectral content of strong Langmuir turbulence in the beam plasma interactions / M. D. McFarland, A. Y. Wong // Physics of Plasmas. – 1997. – Vol. 4, N 4. – P. 945–955.
34. Andreev N. E. On saturation of plasma parametrical instability in strong electric field / N. E. Andreev, V. P. Silin, G. L. Stenchikov // Soviet journal of plasma physics. – 1977. – Vol. 3, N 5. – P. 1088–1096.
35. Kovrignych L. M. The modulation instability and nonlinear waves in cold plasma / L. M. Kovrignych // Физика плазмы. – 1977. – Т. 3, № 5. – P. 1097–1105.
36. Buchelnikova N. S. Instability and damping 1D Langmuir waves / N. S. Buchelnikova, E. P. Matochkin. – Академия Наук СССР, Институт ядерной физики, препринт № 79-115. – 1979. – 20 p.

37. Quasi-soliton oscillations localized in density ‘wells’ of magnetized plasma / S. V. Antipov, M. V. Nezlin, E. N. Snezhkin [et al.] // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1976. – Т. 23, № 11. – Р. 613–616.
38. Sagdeev R. Z. Strong wave dissipation in inhomogeneous plasma and ultrastrong plasma turbulence / R. Z. Sagdeev, V. D. Shapiro, V. I. Schevchenko // Физика плазмы. – 1980. – Т. 6, № 3. – Р. 377–386.
39. Wong A. Y. Three-Dimensional Self-Collapse of Langmuir Waves / A. Y. Wong, P. Y. Cheung // Physical Review Letters. – 1984. – Vol. 52. – Р. 1222–1228.
40. Cheung P. Y. Nonlinear evolution of electron electron-beam-plasma interaction / P. Y. Cheung, A. Y. Wong // Physics of Fluids. – 1985. – Vol. 28, N 5. – Р. 1538–1548.
41. The excitation of strong Langmuir turbulence in plasma by electron beam / D. M. Karfidov, A. M. Rubenchik, K. F. Sergeichev [et al.] // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1990. – Т. 98, вып. 5(11). – Р. 1592–1599.
42. Final stage of 3D Langmuir collapse / V. E. Zakharov, A. N. Pushkarev, A. M. Rubenchik [et al.] // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1988. – Т. 96, вып. 2. – Р. 591–603.
43. Нелинейная теория модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн / А. А. Галеев, Р. З. Сагдеев, Ю. С. Сигов, В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко // Физика плазмы. – 1975. – Т. 1, вып. 1. – С. 10–20.
44. Сигов Ю. С. Одномерный квазиколлапс ленгмюровских волн при параметрическом воздействии на плазму / Ю. С. Сигов, Ю. В. Ходырев // Доклады Академии наук СССР. – 1976. – Т. 229. – С. 833–836.
45. Sigov Yu. S. Strong turbulence and its computer simulation / Yu. S. Sigov, V. E. Zakharov // J. de Physique. – 1979. – Vol. 40(C7). – Р. 63–79.
46. Robinson P. A. Effect of ambient density fluctuations on Langmuir wave collapse / P. A. Robinson, G. I. de Oliveira // Physics of Plasmas. – 1999. – Vol. 6. – Р. 3057–3065.

47. Ковтун Ю. В. Системы с самовозбуждением ВЧ-колебаний для создания, нагрева и сепарации многокомпонентной плазмы / Ю. В. Ковтун, Е. И. Скибенко, В. Б. Юферов // Вісник Харківського національного університету. – 2008. – Сер. : Ядра, частинки, поля. Вип. 1 (37), № 794. – С. 115–120.
48. Кудрявцев П. Г. Вариант реализации управляемого термоядерного синтеза в нестационарных условиях / П. Г. Кудрявцев, Г. Б. Макринич, О. Л. Фиговский // Инженерный вестник Дона. – 2016. – № 1 (40). – 22 с.
49. Власов В. В. Элементарные процессы в плазме газового разряда / В. В. Власов. – Харьков : Харьковский национальный университет, 2008. – 175 с.
50. Kuklin V. M. Similarity of 1D Parametric Instability description of Langmuir waves / V. M. Kuklin // Вісник Харківського національного університету. – 2013. – Сер. : Ядра, частинки, поля. Вип. 2(58), № 1041. – Р. 20–32.
51. Kuznetsov E. A. On averaged description of Langmuir waves in plasma / E. A. Kuznetsov // Soviet journal of plasma physics. – 1976. – Vol. 2, № 2. – Р. 327–333.
52. Dawson J. M. Some Investigations of Plasma Instabilities in One-Dimensional Plasmas / J. M. Dawson. – 1962. – Princeton, New Jersey : Princeton University, Plasma Physics Laboratory. – Р. 45.
53. Comparison of Zakharov simulations and open boundary Vlasov simulations of strong Langmuir turbulence / J. G. Wang, G. I. Payne, D. F. DuBois, H. A. Rose // Physics of Plasmas. – 1996. – Vol. 3, N 1. – Р. 111–121.
54. Цветков И. В. Применение численных методов для моделирования процессов в плазме : учебное пособие / И. В. Цветков. – Москва : Московский инженерно-физический институт, 2007. – 84 с.
55. Chernousenko V. V. The structure in nonequilibrium media / V. V. Chernousenko, V. M. Kuklin, I. P. Panchenko // The integrability and kinetic equations for solitons. – Академия наук УССР, «Наукова думка», 1990. – 472 р.
56. Clark K. L. A hybrid Zakharov particle simulation of ionospheric heating /

- K. L. Clark, G. L. Payne, D. R. Nicholson // *Physics of Fluids*. – 1992. – Vol. 4, N 3. – P. 708–718.
57. Dwight H. B. *Tables of integrals and other mathematical data* (4 ed) / H. B. Dwight. – New York, The Macmillan company, 1961. – 230 p.
58. Файнберг Я. Б. Ускорение частиц в плазме / Я. Б. Файнберг // *Атомная энергия*. – 1959. – Т. 6. – С. 431–445.
59. Кондратенко А. Н. *Основы плазменной электроники* / А. Н. Кондратенко, В. М. Куклин. – Москва : Энергоатомиздат, 1988. – 320 с.
60. Bohm D. *Theory of plasma oscillations. Origin of medium-like behavior* / D. Bohm, E. P. Gross // *Physical Review*. – 1949. – Т. 75, № 12. – С. 1851.
61. Ахиезер А. И. О взаимодействии пучка заряженных частиц с электронной плазмой / А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг // *Доклады Академии наук СССР*. – 1949. – Т. 69, № 3. – С. 555–561.
62. Релятивистская сильноточная плазменная НВЧ-электроника: преимущество, достижения, перспективы / М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, П. С. Стрелков, А. Г. Шкварунец // *Физика плазмы*. – 1987. – Т. 13, № 11. – С. 1370–1382.
63. Лоза О. Т. Изменение частоты излучения плазменного релятивистского сверхвысокочастотного генератора в течение импульса наносекундной длительности / О. Т. Лоза, Д. К. Ульянов, Р. В. Баранов // *Журнал технической физики*. – 2011. – Т. 81, вып. 3. – С. 98–102.
64. Завьялов М. А. Проблемы электронно-оптических систем для перспективных пучково-плазменных приборов НВЧ / М. А. Завьялов, В. И. Переводчиков, В. А. Сыровой // *Прикладная физика*. – 2000. – Т. 2. – С. 122–132.
65. Проблемы теории релятивистской плазменной НВЧ-электроники / М. Биро, М. А. Красильников, М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе // *Успехи физических наук*. – 1997. – Т. 167. – № 10. – С. 1025–1042.
66. Использование большого тока электронного пучка в плазменном релятивистском НВЧ-генераторе / К. С. Беховская, И. Л. Богданкевич,

- П. С. Стрелков, В. П. Тараканов, Д. К. Ульянов // Прикладная физика. – 2010. – № 5. – С. 54–59.
67. Стрелков П. С. Шумы плазменного релятивистского НВЧ-усилителя / П. С. Стрелков, И. Е. Иванов, Д. В. Шумейко // Физика плазмы. – 2016. – Т. 42, № 7. – С. 644–648.
68. Березин А. К. Пучково-плазменный генератор стохастических колебаний непрерывного режима в диапазоне ультравысоких частот / А. К. Березин, Я. Б. Файнберг, Ю. М. Ляпкало // Физика плазмы. – 1994. – Т. 20, № 9. – С. 790–793.
69. Особенности ускорения и нагрева электронов в пучково-плазменном разряде / О. Ф. Ковпик, Е. А. Корнилов, Н. С. Педенко, И. Ф. Харченко // Вопросы атомной науки и техники. – 2003. – № 4. – С. 177–182.
70. Андреев С. Е. Метод управления спектром плазменного релятивистского НВЧ-генератора в частотно-периодическом режиме / С. Е. Андреев, Д. К. Ульянов // Прикладная физика. – 2014. – № 4. – С. 26–29.
71. Пучково-плазменный генератор-усилитель / А. Ф. Алисов, А. К. Березин, А. В. Бородкин, Ю. М. Ляпкало, И. Н. Онищенко, Я. Б. Файнберг // Материалы 6-й Международной Крымской Микроволновой конференции, Севастополь. – Севастополь, 1996. – С. 206–208.
72. Встроенные вычисления и отображение формул в электронных и печатных изданиях / В. Ф. Очков, Е. П. Богомолова, Е. В. Никульчев, С. Герк // Известия вузов. Проблемы полиграфии и издательского дела. – 2015. – №6. – С. 45–56.
73. Яхновец А. А. Использование безразмерных величин в некоторых разделах курса общей физики / А. А. Яхновец, В. П. Яковлев // Веснік Віцебскага дзяржаўнага універсітэта. – 2010. – № 4(58–1). – С. 119–122.
74. Тихонов А. Н. Дифференциальные уравнения / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. – Москва : Наука, 1980. – 231 с.
75. Space dissipative structures / V. M. Chernousenko, V. M. Kuklin, I. P. Panchenko, V. M. Vorob'ev // Nonlinear World. – 1990. – Vol. 2. –

P. 776–803.

76. Low energy Langmuir cavitons: asymptotic limit of weak turbulence / P. Henri, F. Califano, C. Briand, A. Mangeney. – 2013. – arXiv:1301.3090v2. – 8 p. – Режим доступу: <https://arxiv.org/pdf/1301.3090.pdf>.

77. Kinetics of ions during the development of parametric instability of intensive Langmuir waves in plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryjmak, A. G. Zagorodny // arXiv preprint. – 2014. – arXiv:1411.3011v2. – 20 p. – Режим доступу: <http://arxiv.org/abs/1411.3011>.

78. Ion heating, burnout of the HF field and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // arXiv preprint. – 2015. – arXiv:1504.04769v1. – 18 p. – Режим доступу: <http://arxiv.org/abs/1504.04769>.

79. Приймак А. В. Моделирование многомодового режима взаимодействия электронного пучка с плазменными колебаниями / А. В. Приймак // Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем : тези доповідей на Всеукраїнській науково-практичній конференції молодих вчених та студентів, 25-27 листопада 2015 р., Дніпро. – Дніпро, 2015. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM). – С. 208–210.

80. Кондратенко А. Н. Нелинейная теория пучковой неустойчивости в столкновительной плазме / А. Н. Кондратенко, В. М. Куклин, В. И. Ткаченко // Известия вузов. Радиофизика. – 1978. – Т. 21, № 10. – С. 1535–1537.

81. Кондратенко А. Н. Об аномальном уровне потерь энергии пучка при развитии диссипативной пучковой неустойчивости / А. Н. Кондратенко, В. М. Куклин, В. И. Ткаченко // Украинский физический журнал. – 1979. – Т. 24, № 4. – С. 559–561.

82. Приймак А. В. Использование технологии JCUDA для моделирования динамики ионов при развитии параметрической неустойчивости ленгмюровских волн / А. В. Приймак // Інформатика і комп'ютерні технології : збірник праць IX міжнародної науково-технічної конференції студентів,

аспірантів і молодих вчених, 5-6 листопада 2013 р., Донецьк. – Донецьк, 2013. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM). – С. 200–204.

83. Приймак А. В. Разработка программного обеспечения для гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Проблеми і перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД : матеріали XVII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, 29-30 листопада 2013 р., Переяслав-Хмельницький. – Переяслав-Хмельницький, 2013. – С. 155–159. – Режим доступу: <http://oldconf.neasmo.org.ua/node/2878>.

84. CUDA C Programming Guide. – Nvidia Corporation [Електронний ресурс]. – Електрон. версія, 2015. – HTML формат. – Режим доступу: <http://docs.nvidia.com/cuda/cuda-c-programming-guide/>.

85. GPGPU processing in CUDA architecture / J. Ghorpade, J. Parande, M. Kulkarni, A. Bawaskar. – arXiv preprint arXiv:1202.4347. – 2012. – P. 105–120.

86. A performance study of general-purpose applications on graphics processors using CUDA / S. Che, M. Boyer, J. Meng [et al.] // Journal of parallel and distributed computing. – 2008. – N 68(10). – 30 p.

87. Karimi K. A Performance Comparison of CUDA and OpenCL / K. Karimi, N. G. Dickson, F. Hamze. – arxiv.org [Електронний ресурс]. – Електрон. версія, 2015. – PDF формат. – Режим доступу: <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1005/1005.2581.pdf>.

88. Fang J. A Comprehensive Performance Comparison of CUDA and OpenCL / J. Fang, A. L. Varbanescu, H. Sips. – pds.ewi.tudelft.nl [Електронний ресурс]. – Електрон. версія, 2015. – PDF формат. – Режим доступу: <http://pds.ewi.tudelft.nl/pubs/papers/icpp2011a.pdf>.

89. Rosendahl S. CUDA and OpenCL API comparison / S. Rosendahl. – wiki.aalto.fi [Електронний ресурс]. – Електрон. версія, 2015. – PDF формат. – Режим доступу: https://wiki.aalto.fi/download/attachments/40025977/Cuda+and+OpenCL+API+comparison_presented.pdf.

90. Betz S. Comparison OpenCL and CUDA / S. Betz. – lrr.in.tum.de

[Электронный ресурс]. – Электрон. версия, 2015. – PDF формат. – Режим доступа: <http://www.lrr.in.tum.de/~gerndt/home/Teaching/ComputerArchitecture/StudentPresentations/CudaOpenCL.pdf>.

91. Сандерс Д. Технология CUDA в примерах. Введение в программирование графических процессов / Д. Сандерс, Э. Кэндрот // Пер. с англ. А. А. Слинкина, науч. ред. Боресков А. В. – Москва : ДМК Пресс, 2011. – 232 с.

92. Scalable parallel programming with CUDA / J. Nickolls, I. Buck, M. Garland, K. Skadron. – In ACM SIGGRAPH classes. – 2008. – P. 42–53.

93. rCUDA: Reducing the number of GPU-based accelerators in high performance clusters / J. Duato, A. J. Pena, F. Silla [et al.] // In High Performance Computing and Simulation (HPCS). – P. 224–231.

94. Hutter M. JCUDA / M. Hutter. – jcuda.org [Электронный ресурс]. – Электрон. версия, 2015. – HTML формат. – Режим доступа: <http://jcuda.org/>.

95. Patterson D. Computer Organization and Design: the Hardware/Software Interface (2nd ed.) / D. Patterson, J. Hennessy. – Morgan Kaufmann Publishers, 1998. – 751 p.

96. Приймак А. В. Оптимизация вычислений на CUDA путем объединения сеток потоков в моделях взаимодействия пучка и плазмы / А. В. Приймак // Проблеми і перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД : матеріали XIII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, 29-30 квітня 2015 р., Переяслав-Хмельницький. – Переяслав-Хмельницький, 2015. – С. 326–329. – Режим доступа: <http://conferences.neasmo.org.ua/uk/conf/16/cat/13>.

97. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Москва : Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 630 с.

98. Curtiss C. F. Integration of stiff equations / C. F. Curtiss, J. O. Hirschfelder // Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA. – 1952. – Vol. 38(3). – P. 235–243.

99. Скворцов Л. М. Точность методов Рунге-Кутты при решении жестких задач / Л. М. Скворцов // Журнал вычислительной математики и

математической физики. – 2003. – №43(9). – С. 1374–1384.

100. Буланов С. В. Об ускорении ионов на нелинейной стадии бунемановской неустойчивости / С. В. Буланов, П. В. Сасоров // Физика плазмы. – 1986. – Т. 12, вып. 1. – С. 54–56.

101. The large amplitude Langmuir waves and particle acceleration in plasma microwave discharge / G. M. Batanov, V. A. Ivanov, I. A. Kossyi [et al.] // Soviet journal of plasma physics. – 1986. – Vol. 12, N 5. – P. 552–565.

102. Система томсоновского рассеяния для прямого наблюдения ленгмюровских каверн / В. С. Бурмасов, Л. Н. Вячеславов, И. В. Кандауров [и др.] // Физика плазмы. – 2004. – Т. 30. – С. 190.

103. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – Москва : Академия, 10-е изд., стер., 2005. – 576 с.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Документи, що підтверджують впровадження результатів дисертаційної роботи

УКРАЇНА
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК
Національний науковий центр
«Харківський фізико-технічний інститут»
№14312223
вул. Академічна, 1, м. Харків, 61108
т.ф. +38(057) 335-35-30, факс +38(057) 335-16-88
19.11.2018 № 46-00/01-2873
_____ віт _____

АКТ

впровадження результатів кандидатської дисертації
Приймака Олексія Вікторовича
«Математичні моделі та обчислювальні методи процесів збудження та
модуляційних нестійкостей інтенсивного хвильового поля приладів плазмової
електроніки»

Виданий старшому викладачу Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна Приймаку Олексію Вікторовичу про те, що результати його кандидатської дисертації, а саме математичні та алгоритмічні моделі модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в плазмі та модель взаємодії електронного пучка з модуляційно нестійкими плазмовими коливаннями, були використані у Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» (ННЦ ХФТІ) в Науково-виробничому комплексі «Відновлювані джерела енергії та ресурсозберігаючі технології» (НВК ВДЕРТ) в дослідженнях нелінійних хвильових процесів і взаємодій «хвиля - частка» в періодичних хвилеводних структурах пристроїв плазмової електроніки і НВЧ-техніки, що дозволило уточнити особливості їх конфігурацій з метою покращення технічних характеристик.

Генеральний директор ННЦ ХФТІ

М.Ф. Шульга

Директор НВК ВДЕРТ ННЦ ХФТІ
д. ф.-м. н., професор

В.І. Ткаченко

* Остаточне формулювання теми дисертації затверджено на засіданні Вченої ради факультету комп'ютерних наук Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (протокол №9 від 5 лютого 2019 р.)

ДОДАТОК Б

Список опублікованих праць за темою дисертації

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

У наукових фахових виданнях України:

1. Приймак А. В. Анализ гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2013. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 23 (№ 1089). – С. 145–162.

2. Приймак А. В. Оптимизация вычислений на CUDA при моделировании неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». – Київ : Век+. – 2013. – Інформатика, управління та обчислювальна техніка: Зб. наук. пр., № 58. – С. 125–130.

3. Dynamics of ions during development of parametric instability of langmuir waves / V. M. Kuklin, A. V. Pryjmak, A. G. Zagorodny [et al.] // Problems of Atomic Science and Technology. – 2013. – Series : Plasma Electronics and New Methods of Acceleration, issue 8, N 4 (86). – P. 260–266. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання показана подібність процесів, описаних моделями модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної і гарячої плазми).

4. Приймак А. В. Имитационное моделирование системы «электронный пучок – модуляционно неустойчивые плазменные колебания» / А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2015. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 27. – С. 137 – 149.

5. Ion kinetics and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // Problems of Atomic Science and Technology. – 2015. – Series : Plasma Electronics and New Methods of Acceleration, issue 9, N 4 (98). – P. 258–263. (Особистий внесок здобувача: перевірено виконання

закону збереження енергії в математичних моделях холодної і гарячої плазми). (*«Scopus»*).

6. Приймак А. В. Анализ модели системы «релятивистский электронный пучок-плазма» / В. М. Куклин, А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2015. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 26 (№ 1156). – С. 115–128. (Особистий внесок здобувача: визначені початкові умови математичної моделі взаємодії електронного пучка з плазмовими коливаннями).

У виданнях іноземних держав:

7. Особенности нагрева ионов при развитии неустойчивости интенсивных ленгмюровских колебаний в плазме / А. Г. Загородний, А. В. Киричок, В. М. Куклин, А. В. Приймак // Физические основы приборостроения. – 2014. – Т. 3, № 1. – С. 58–69. – Режим доступа: http://physbi.ru/archive_issues/32-fizicheskie-osnovy-priborostroeniya-2014-t3-1.html. (Особистий внесок здобувача: удосконалено обчислювальний метод оцінки температури іонів в пристроях плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми). (*«РИНЦ»*).

8. Ion heating, burnout of the high-frequency field, and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. G. Zagorodny, A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak // Physics of Plasmas. – 2015. – № 22, 092118. – 8 p. – Режим доступа: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/22/9/10.1063/1.4931058>. (Особистий внесок здобувача: враховано вплив дебаєвського радіусу екранування в математичних моделях модуляційної нестійкості збуджуваного поля). (*«Scopus»*).

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

9. Приймак А. В. Использование технологии JCUDA для моделирования динамики ионов при развитии параметрической неустойчивости

ленгмюровских волн / А. В. Приймак // Информатика і комп'ютерні технології : збірник праць IX міжнародної науково-технічної конференції студентів, аспірантів і молодих вчених, 5-6 листопада 2013 р., Донецьк. – Донецьк, 2013. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM). – С. 200–204.

10. Приймак А. В. Разработка программного обеспечения для гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Проблеми і перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД : матеріали XVII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, 29-30 листопада 2013 р., Переяслав-Хмельницький. – Переяслав-Хмельницький, 2013. – С. 155–159. – Режим доступу: <http://oldconf.neasmo.org.ua/node/2878>.

11. Приймак А. В. Применение способов оптимизации вычислений на графических процессорах на примере моделирования плазмы / А. В. Приймак // Матеріали 68-ї науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, науковців, аспірантів та студентів, 4-6 грудня 2013 р., Одеса. – Одеса, 2013. – Частина III, с. 77–80.

12. Приймак А. В. Оптимизация вычислений на CUDA путем объединения сеток потоков в моделях взаимодействия пучка и плазмы / А. В. Приймак // Проблеми і перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД : матеріали XIII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, 29-30 квітня 2015 р., Переяслав-Хмельницький. – Переяслав-Хмельницький, 2015. – С. 326–329. – Режим доступу: <http://conferences.neasmo.org.ua/uk/conf/16/cat/13>.

13. Приймак А. В. Моделирование многомодового режима взаимодействия электронного пучка с плазменными колебаниями / А. В. Приймак // Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем : тези доповідей на Всеукраїнській науково-практичній конференції молодих вчених та студентів, 25-27 листопада 2015 р., Дніпро. – Дніпро, 2015. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM). – С. 208–210.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

14. Pryjmak A. V. Comparative kinetics of ions for different modes of parametric instability of intense Langmuir waves in plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryjmak // East European Journal of Physics. – Karazin Kharkiv National University, Publisher. – 2014. – Vol. 1, Number 1. – P. 30–36. – Режим доступу: http://eejp.univer.kharkov.ua/Biblio/2014/EEJP_1_1/11p30-36.pdf.

(Особистий внесок здобувача: знайдені початкові умови математичних моделей, достатні для точного опису плазми гібридним методом).

15. Modulation of integral field of multimode beam instabilities in plasma / A. G. Zagorodny, A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak // East European Journal of Physics. – Karazin Kharkiv National University, Publisher. – 2014. – Vol. 1, N 2. – P. 53–66. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання знайдені параметри ефективної генерації НВЧ коливань в пристроях плазмової електроніки).

16. Kinetics of ions during the development of parametric instability of intensive Langmuir waves in plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // arXiv preprint. – 2014. – arXiv:1411.3011v2. – 20 p. – Режим доступу: <http://arxiv.org/abs/1411.3011>. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання знайдені параметри нагріву іонів в пристроях плазмової електроніки).

17. Ion heating, burnout of the HF field and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // arXiv preprint. – 2015. – arXiv:1504.04769v1. – 18 p. – Режим доступу: <http://arxiv.org/abs/1504.04769>. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання знайдені параметри генерації іонно-звукових хвиль в пристроях плазмової електроніки).