

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Турбал Юрій Васильович

УДК 519.6:534.222

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПОШИРЕННЯ
ЛОКАЛІЗОВАНИХ СОЛІТОНОПОДІБНИХ ЗБУРЕНЬ В СУЦІЛЬНИХ
СЕРЕДОВИЩАХ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Харків – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Державному вищому навчальному закладі «Національний університет водного господарства та природокористування» (м. Рівне) Міністерства освіти і науки України.

Науковий консультант – доктор технічних наук, професор

Бомба Андрій Ярославович,

Рівненський державний гуманітарний університет,
завідувач кафедри інформатики та прикладної
математики

Офіційні опоненти:

доктор технічних наук, професор

Данилов Валерій Якович,

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», професор
кафедри математичних методів системного аналізу
Навчально-наукового комплексу «Інститут
прикладного системного аналізу»

доктор технічних наук, професор

Гребеннік Ігор Валерійович,

Харківський національний університет
радіоелектроніки,
завідувач кафедри системотехніки

доктор технічних наук, професор

Малачівський Петро Стефанович,

Центр математичного моделювання Інституту
прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, провідний
науковий співробітник відділу математичних
методів обчислювального експерименту

Захист відбудеться « 2 » березня 2016 року о 15.15 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.051.09 Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4, ауд. 6-52.

З дисертацією можна ознайомитись у Центральній науковій бібліотеці Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.

Автореферат розісланий «__»_____ 2016 року.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради Д 64.051.09

Руккас К.М.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Останніми роками все більшої актуальності набувають програмно-апаратні комплекси моніторингу явищ, що зумовлені локалізованими солітоноподібними збуреннями, зокрема, серій сейсмічних поштовхів та цунамі. Ефективність таких комплексів та можливість побудови прогнозу залежить від наявності адекватних математичних моделей, доведених до комп'ютерної реалізації. Системи моніторингу сейсмічних процесів, що включають в себе, зокрема, сейсмічні та геофізичні станції, комп'ютерні системи обробки даних та відповідне програмне забезпечення, ґрунтуються на результатах, які стосуються проблеми прогнозування землетрусів. Однак, незважаючи на наявність великої кількості передвісників сейсмічних поштовхів та теорій, що пояснюють їх виникнення, ця проблема ще далека від вирішення. Тому відповідні програмні комплекси містять, як правило, лише підсистеми статистичного аналізу і не дають можливості здійснювати короткострокові прогнози поштовхів з прийнятною точністю. Системи попередження цунамі (що часто виникають внаслідок землетрусів) містять підсистеми датчиків вимірювань рівня моря та комунікаційні підсистеми для попередження населення, однак дають можливість визначити, якими можуть бути висоти хвиль при накопчуванні на берег лише у випадку, коли проведене відповідне математичне моделювання з врахуванням конфігурації дна.

Виявлення будь-якої ознаки чи механізму, який впливає на підготовку сейсмічного поштовху чи є його генератором, вважають сьогодні вагомим кроком у вирішенні цієї важливої для людства проблеми та становить теоретичну основу для підвищення ефективності відповідних програмно-апаратних комплексів, без яких сьогодні вивчати сейсмічні процеси неможливо.

Останнім часом при дослідженні сейсмічних процесів теоретично та експериментально почали вивчатись аномальні локалізовані хвилі деформації. Солітоноподібні хвилі часто спостерігаються у природі на межах розділу динамічних середовищ з різними фізичними характеристиками, таких як «вода – повітря», на межах стратифікованих рідин, на межі «газ – вакуум» та відіграють суттєву роль у випадках, коли має місце їх підсилення чи взаємодія. На сьогодні, наприклад, в рамках проекту «MaxWave» європейського космічного агентства ESA розроблено систему моніторингу самотніх хвиль на поверхні океану, які наносять шкоди судноплавству. При виникненні солітоноподібних хвиль в умовах надкритичних течій значно зменшується час експлуатації гідротехнічних тунелів, низьконапірних водоскидних споруд, шлюзів-регуляторів каналів, опор та інших гідротехнічних споруд, інтенсивніше руйнуються берегові споруди і тому виникає необхідність у виявленні та вивченні таких хвиль.

Однак, існуючі на сьогодні методи математичного моделювання локалізованих хвиль стосуються, як правило, лише солітонів і добре розроблені для одновимірного випадку. Потребують подальшого розвитку методи математичного та комп'ютерного моделювання процесів поширення та взаємодії локалізованих солітоноподібних збурень (як солітонів так і відокремлених хвиль, які не є солітонами) у просторовому випадку, колективних ефектів солітон-солітонної взаємодії, розробки алгоритмів та методів оцінки параметрів траєкторій відокремлених хвиль при обмеженій кількості даних та їх врахування

при розробці відповідних програмно-апаратних комплексів, що дозволить створити програмні системи прогнозування низки небезпечних для людини явищ, які зумовлені солітоноподібними хвилями та покращити прогнози.

Отже, тема дисертаційної роботи має важливе наукове і практичне значення, оскільки вона спрямована на вирішення актуальної науково-прикладної проблеми, сутність якої полягає у розробці ефективних систем сейсмічного та хвильового моніторингу, що базуються на адекватних математичних та комп'ютерних моделях процесів генерації, поширення і взаємодії локалізованих солітоноподібних збурень в суцільних середовищах.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами темами. Тематика дисертаційної роботи пов'язана з дослідженнями, проведеними в 1996-2015 рр. в Київському національному університеті ім. Тараса Шевченка на кафедрі дослідження операцій, в Національному університеті водного господарства та природокористування на кафедрах прикладної математики та гідроенергетики, теплоенергетики та гідравлічних машин, в Міжнародному економіко-гуманітарному університеті ім. академіка Степана Дем'янчука на кафедрі інформаційних систем та обчислювальних методів відповідно з державними науково-технічними програмами та планами: фундаментальних НДР, виконуваних спільно організаціями Міністерства вищої і середньої спеціальної освіти (МВССО), НДР і ДКР, які фінансувалися з коштів державного бюджету Міністерства освіти і науки України, а також спільних господарських договірних робіт з науково-виробничими об'єднаннями, підприємствами та організаціями. Найважливішими з них є: «Створення комплексу алгоритмів і програм для визначення спектру ізотопів, що утворюють радіаційний фон» (затверджена згідно наказу МОН України, номер державної реєстрації 97524), автор виконував роботу як виконавець теми; «Спектральні методи та задачі гідро-газодинаміки» (номер державної реєстрації 0109U008282), автор виконував роботу як виконавець теми; «Методи ідентифікації параметрів та математичні моделі, що ґрунтуються на базі багатоканальних систем масового обслуговування» (номер державної реєстрації 0111U001162) – автор виконував роботу як керівник теми.

Мета і задачі дослідження. Мета дисертаційного дослідження – підвищення ефективності програмно-апаратних комплексів сейсмічного та хвильового моніторингу шляхом створення адекватних математичних моделей процесів поширення та взаємодії в суцільних середовищах локалізованих солітоноподібних збурень та розробки на їх основі відповідних програмних систем моделювання.

Для досягнення цієї мети як розв'язку поставленої наукової проблеми в цілому були сформульовані наступні задачі:

- 1) проаналізувати існуючі програмно-апаратні комплекси сейсмічного та хвильового моніторингу, визначити їх недоліки та можливості підвищення ефективності шляхом створення підсистем, що базуються на адекватних моделях процесів поширення та взаємодії локалізованих солітоноподібних збурень в суцільних середовищах;

- 2) розробити новий конструктивний спосіб представлення профілю локалізованих солітоноподібних збурень, що дозволяє враховувати динаміку їх руху та моделювати як солітони так і локалізовані хвилі, які не є солітонами та

становить теоретичну основу вдосконалення відповідних підсистем прогнозування програмно-апаратних комплексів сейсмічного та хвильового моніторингу;

3) розробити нові методи числового моделювання процесів взаємодії одновимірних локалізованих збурень типу солітонів, антисолітонів та їх комбінацій (бризерів), адаптовані до систем автоматизованого проектування, здійснити відповідні розрахунки та візуалізацію результатів а також зіставити результати моделювання з експериментальними даними щодо виникнення та поширення локалізованих збурень в умовах білякритичних і надкритичних течій;

4) поширити конструктивні способи представлення одновимірних локалізованих збурень на двовимірні випадки, зокрема :

а) розробити методи моделювання кругових локалізованих хвиль типу цунамі в межах наближення мілкої води та способи дослідження їх поведінки в залежності від поверхні дна з метою вдосконалення існуючих систем моніторингу та попередження цунамі;

б) розробити методи моделювання локалізованих солітоноподібних хвиль типу δ -солітонів для тонкого гравітуючого газового диску, що повертається, за умов наявності областей стрімкої зміни густини як основи для побудови систем автоматизованого прогнозування траєкторій відповідних збурень;

5) розробити нові математичні моделі процесів взаємодії солітоноподібних хвиль з областями стрімкої зміни густини середовища за умов значної інтенсивності виникнення таких хвиль, алгоритми формування зон зосередження відповідних локалізованих збурень та програмну підсистему, що дозволяє досліджувати динаміку природних об'єктів (які утворюються за рахунок фізичних механізмів, пов'язаних з локалізованими солітоноподібними збуреннями) за їх морфологічною структурою;

6) розробити методи числового моделювання локалізованих збурень у середовищах, що характеризуються анізотропією пружних властивостей та провести чисельний експеримент щодо визначення траєкторій солітоноподібних збурень, які рухаються у областях змінної густини за допомогою систем автоматизованого проектування; провести аналіз анізотропії пружних властивостей матеріалів з точки зору існування локалізованих солітоноподібних збурень в рамках класичної теорії анізотропного пружного твердого тіла з метою підтвердження припущення про можливість виникнення відповідних збурень в областях накопичення сейсмічної енергії, де зростає анізотропія пружних властивостей;

7) на основі властивостей поширення солітоноподібних збурень у анізотропних тілах вдосконалити існуючі моделі сейсмічних процесів шляхом врахування локалізованих солітоноподібних збурень як «спускових механізмів» окремих поштовхів для уточнення сейсмічного районування;

8) створити нові алгоритми ідентифікації солітоноподібних збурень в суцільних середовищах за результатами фіксації окремих точок їх траєкторій та методи оцінки параметрів траєкторій;

9) розробити та впровадити комп'ютерну систему моніторингу та моделювання сейсмічних процесів, що враховує локалізовані солітоноподібні

збурення та дозволяє доповнювати карти сейсмічного районування областями зосередження локалізованих хвиль, що змінюються в режимі реального часу.

Об'єктом дослідження в дисертації є процеси прогнозування сейсмічних поштовхів та цунамі, що ними породжуються, в програмно-апаратних комплексах сейсмічного та хвильового моніторингу.

Предметом дослідження є методи і засоби математичного моделювання процесів поширення відокремлених солітоноподібних збурень в суцільних середовищах та відповідні комп'ютерні системи моніторингу і прогнозування явищ, що зумовлені локалізованими хвилями (зокрема, серій сейсмічних поштовхів та цунамі).

Методи дослідження. Теоретичною основою роботи є принципи і методи системного аналізу, математичного моделювання, математичної фізики та обчислювальної математики. При моделюванні процесів поширення відокремлених хвиль у суцільних середовищах використовувались спеціальні Т-представлення профілю відокремлених хвиль, спеціальні алгоритми ідентифікації траєкторій солітоноподібних хвиль та оцінки їх параметрів, що ґрунтуються, зокрема, на розв'язанні систем моментних співвідношень, а також властивості позитивних напівтраєкторій для певних класів операторів при моделюванні точок перетину неперервних траєкторій солітоноподібних хвиль з поверхнями Пуанкаре. При побудові методів прогнозування сейсмічних поштовхів, що ґрунтуються на врахуванні солітонних «спускових механізмів», використовуються дані сейсмічних станцій про гіпоцентри, час та магнітуду окремих поштовхів.

Наукова новизна одержаних результатів:

1) вперше розроблено математичну модель процесу поширення одновимірних локалізованих збурень в суцільних середовищах, яка відрізняється від існуючих моделей типу біжучої хвилі використанням спеціальних представлень відокремлених хвиль (Т-представлень), що включають функції амплітуд, профілю та закон руху максимуму збурення та дозволяє прогнозувати солітони та інші локалізовані збурення ;

2) вперше розроблено чисельний метод моделювання процесів взаємодії одновимірних локалізованих збурень типу солітонів, антисолітонів та їх комбінацій (бризерів) на основі Т-представлень, що відрізняється, зокрема, розрахунком амплітудних характеристик та профілю хвильових взаємодій у заданих контрольних точках та дозволяє вивчати ефекти взаємодії та динаміки змін в часі довільних початкових локалізованих збурень і становить теоретичну основу для підсистем прогнозування в програмно-апаратних комплексах сейсмічного та хвильового моніторингу;

3) вперше запропоновано математичну модель кругових локалізованих хвиль в межах наближення мілкої води, що відрізняється конструюванням спеціальних представлень профілю хвилі та функції швидкості при фіксованій азимутальній координаті та врахуванням довільної поверхні дна, яка дозволяє точніше описувати поведінку хвиль типу цунамі, зокрема, при їх наближенні до берега на основі даних систем хвильового моніторингу;

4) отримала подальший розвиток гідродинамічна теорія гравітуючих газових дисків, зокрема:

- знайдено умови існування локалізованих солітоноподібних збурень типу δ -солітонів у гравітуючих газових дисках, що обертаються;

- розроблено метод дослідження траєкторій відокремлених хвиль у областях змінної густини, що відрізняється використанням інфінітезимальних представлень локалізованих збурень в межах заданої точності та дозволяє враховувати специфіку траєкторій окремих локалізованих збурень в підсистемах прогнозування програмно-апаратних комплексів моніторингу хвильових явищ;

5) вперше створено нову математичну модель взаємодії траєкторій відокремлених хвиль та областей стрімкої зміни густини, яка відрізняється використанням операторних модифікацій методу перетинів Пуанкаре, що дозволило пояснити один з механізмів формування спіральних хвиль щільності за рахунок взаємодії локалізованих солітоноподібних збурень та областей зміни густини та створити підсистеми аналізу динаміки природних об'єктів, які мають спіральну структуру у відповідних програмних комплексах моніторингу;

6) вперше розроблено чисельний метод моделювання локалізованих збурень типу δ -солітонів у анізотропних пружних середовищах, що відрізняється застосуванням спеціальних тривимірних модифікацій Т-представлень у яких, зокрема, амплітудні функції залежать від густини середовища та забезпечує можливість аналізу типів анізотропії пружних властивостей матеріалів з точки зору існування локалізованих солітоноподібних хвиль в межах класичної теорії анізотропного твердого тіла і порівняння результатів моделювання з експериментальними даними стосовно анізотропії пружних властивостей гірських порід та її зміни у зонах накопичення сейсмічної енергії;

7) вперше створено нові моделі динамічних систем, які відрізняються врахуванням солітонної компоненти та застосуванням спеціальних енергетичних функцій для дослідження ефектів солітонної взаємодії, що дозволило прогнозувати виникнення областей інтенсивної взаємодії відокремлених хвиль у середовищах, де можлива генерація та поширення локалізованих збурень;

8) отримали подальший розвиток методи обробки та аналізу результатів спостережень точок взаємодії локалізованих хвиль та областей стрімкої зміни густини шляхом створення нових підходів до оцінки параметрів, в основі яких лежить конструктивне розв'язання експоненційної проблеми моментів, що дало змогу розробити ефективні алгоритми моніторингу та моделювання солітонної складової сейсмічних процесів та створити відповідну комп'ютерну систему моделювання ;

9) вперше створено нову математичну модель сейсмічного процесу, яка відрізняється врахуванням локалізованих солітоноподібних збурень, що розглядаються як «спускові механізми» окремих поштовхів та дозволяє уточнювати області сейсмічного районування в режимі реального часу та ймовірність сейсмічного поштовху за умови ідентифікації траєкторій локалізованих хвиль.

Наукове і практичне значення отриманих результатів. Наукові положення, висновки, пропозиції та рекомендації, а також результати розрахункових досліджень, що отримані, обґрунтовані і запропоновані автором у дисертації, були використані в науково-дослідних установах, лабораторіях та виробничих центрах.

Автор роботи є власником та автором патенту «Спосіб прогнозування афтершоків», № 63026 від 26.09.2011. Вперше запропонований метод уточнення прогнозу сейсмічних поштовхів, в основі якого враховуються відокремлені солітоноподібні хвилі, що виступають в якості «спускових механізмів» окремих сейсмічних поштовхів при проходженні їх через області накопичення сейсмічної енергії, є вагомим доповненням до існуючих засобів прогнозування землетрусів. Метод впроваджений у відділі сейсмічної небезпеки Інституту геофізики НАН України ім. М.І. Субботіна як частина глобальної online-системи прогнозування землетрусів (довідка про впровадження від 15.05.2014 р.). Розроблена комп'ютерна інформаційна система моделювання є інструментом для практичної ідентифікації відокремлених солітоноподібних хвиль в сейсмоактивних областях, прогнозування їх траєкторії та знаходження областей їх інтенсивної взаємодії.

Метод прогнозування пройшов апробацію при вивченні сейсмічних процесів в низці регіонів Землі, де сформувались необхідні фізичні умови для виникнення солітонів в областях сейсмічної активності, а саме о. Суматра, о. Пасхи, Греції, Західній Туреччині, Японії, Чилі. Зокрема, метод солітонного аналізу показав, що саме самотні хвилі могли бути причиною катастрофічного поштовху в Японії у 2011 році та ряду інших потужних сейсмічних поштовхів.

На підприємстві «Рівненський обласний центр з гідрометеорології МНС України» впроваджено програмний комплекс для дослідження природних об'єктів, що мають спіральну структуру, утворену як результат взаємодії відокремлених солітоноподібних хвиль з областями сильної контрастності густини середовища, зокрема, спіральних областей хмарності у циклонах-антициклонах (акт про впровадження від 15.04.2015 р.). Відповідна моделююча програма дозволяє досліджувати та моделювати динаміку зміни в часі циклонів-антициклонів, що дає можливість уточнювати прогнози погоди.

Розроблено програмний комплекс, що дозволяє моделювати колективні ефекти взаємодії локалізованих хвиль щільності з областями зміни густини на основі операторних модифікацій методу перетину Пуанкаре, оцінювати параметри моделі та моделювати колективні ефекти виникнення спіральних хвиль щільності в гравітуючих газових дисках. Теоретичні результати роботи, які стосуються тривимірних локалізованих хвиль в анізотропних пружних середовищах, забезпечують можливість дослідження анізотропії пружних властивостей матеріалів за допомогою генерації локалізованих збурень солітонного типу та вивчати властивості відповідних хвиль.

Результати досліджень були використані в навчальному процесі Національного університету водного господарства та природокористування при викладанні спецкурсів «Моделювання екологічних, економічних та соціальних процесів», «Моделювання систем» та при дипломному проектуванні (акт № 8 від 03.03.15).

Особистий внесок здобувача. Дисертаційна робота задумана та виконана особисто автором. Усі наукові результати здобувачем отримані самостійно. Роботи [1, 7-9, 11-15, 17, 19-21, 23, 25, 32, 30, 36] опубліковані без співавторів. У наукових працях, що опубліковані у співавторстві, здобувачу належать (нумерація за списком праць у авторефераті): метод прогнозування землетрусів, що враховує солітонну складову сейсмічних процесів [2]; математична модель

багатосолітонних взаємодій [3]; метод знаходження розв'язків рівнянь типу Кортевега-де Вріза [4]; метод прогнозування траєкторій локалізованих солітоноподібних збурень в анізотропних пружних тілах [5]; метод прогнозування афтершоків [6]; загальний підхід до побудови представлення тривимірної локалізованої хвилі в анізотропному пружному тілі [10]; метод оцінки параметрів траєкторій локалізованих хвиль, що ґрунтується на використанні систем моментних співвідношень [16]; метод аналізу сумісності системи моментних співвідношень [18]; постановка проблеми та представлення профілю відокремленої хвилі для гравітуючих газових дисків [22]; доведення властивості постійності кутів позитивних напівтраєкторій Жюліа [24]; побудова представлення профілю хвилі як комбінації солітона та антисолітона [26]; метод групування даних для ідентифікації траєкторій локалізованих хвиль [27]; метод дослідження багатосолітонних розв'язків [28]; математична модель сейсмічних процесів [40]; математична модель кругових локалізованих хвиль [43]; метод оцінки максимальних висот кругових локалізованих хвиль [44].

Здобувачем підготовлено 21 публікацію без співавторів.

Апробація роботи. За результатами, що увійшли до дисертації, було зроблено такі доповіді: на науковому семінарі Головної астрономічної обсерваторії НАН України у 2011 р., м. Київ; на науковому семінарі обсерваторії КНУ ім. Т.Шевченка у 2010 р., м. Київ (керівник – д. ф.-м. н., проф. Гнатик Б.Д.) ; на науковому семінарі Інституту математики НАН України «Асимптотичні та аналітичні методи для задач математичної фізики», 2011 р., м. Київ (керівник – д. ф.-м. н., проф. Самойленко В.М.); на науковому семінарі інституту гідромеханіки НАН України, 2009 р. (керівник – д. ф.-м. н., проф., академік НАН України Грінченко В.Т.); на науковому семінарі кафедри механіки суцільних середовищ КНУ ім. Т. Шевченка (керівник – д. ф.-м. н., проф. Мелешко В.В.); на науковому семінарі кафедри теоретичних основ кібернетики КНУ ім. Т.Шевченка (керівник – д. ф.-м. н., проф. Белов Ю.А.); на Міжнародних конференціях «Прийняття рішень в умовах невизначеності» (2009 р., 2010 р., 2011 р., 2012 р., 2014 р., 2015 р., голова оргкомітету – д. ф.-м. н., проф. Наконечний О.Г.); на Україно-Японській конференції з питань науково-технічного співробітництва (м. Одеса, 2013 р.); на міжнародній конференції «Nonlinear dynamics», присвяченій 125-річчю НТУУ «Харківський політехнічний інститут» (м. Харків, 2010 р.); на міжнародній конференції «Dynamical system modelling and stability investigation» (м. Київ, 2007 р.); на міжнародній конференції «Mathematics for life sciences» (м. Рівне, 2015 р.); на всеукраїнських наукових конференціях «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів» (м.Рівне, 2013 р., 2014 р.); на міжнародній конференції «Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики (APAMCS-2015)» (м.Львів, 2015 р.); на міжнародній конференції «Інформаційні технології в економіці, менеджменті і бізнесі. Проблеми науки, практики і освіти» (м. Київ, 2001 р.); на науковому семінарі польського математичного товариства університету ім. Адама Міцкевича, Познань, Польща, 2010 р. (керівник – проф. Іренеуш Кубячик).

Вцілому дисертаційне дослідження доповідалось на науковому семінарі Національного університету водного господарства та природокористування (керівник – д. т. н, проф. Власюк А.П.), семінарі «Моделювання та оптимізація

систем з неповними даними» Київського національного університету ім. Тараса Шевченка (керівники – д. ф.-м. н., проф. Гаращенко Ф.Г., д. ф.-м. н., проф. Наконечний О.Г.), на розширеному науковому семінарі відділу дистанційних методів і перспективних приладів Інституту космічних досліджень НАН України та Державного космічного агентства України (керівники – д.т.н, проф. Яценко В.О., д. т. н, проф., чл.-корр. НАН України Губарєв В.Ф), на науковому семінарі ХНУ ім. В.Н. Каразіна (керівник – д. т. н., проф. Жолткевич В.Н.), на науковому семінарі «Методи дискретних особливостей в задачах математичної фізики» (керівник – д. ф.-м. н., проф. Гандель Ю.В.).

Публікації. За темою дисертаційної роботи опубліковано 48 наукових праць, серед яких 29 статей у фахових виданнях за спеціальністю, 5 робіт у іноземних виданнях, що належать до європейських науково-метричних баз, отримано 1 авторське свідоцтво.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, шести розділів, висновку, списку використаних джерел та чотирьох додатків. Загальний обсяг роботи складає 468 сторінок, з них: 62 рисунки (1 рисунок на окремій сторінці), 409 найменувань списку використаних джерел на 40 сторінках та чотири додатки на 86 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** аналізується стан проблеми, обґрунтовується актуальність, практична і теоретична цінність тематики, що досліджується, виділяється коло невирішених задач, визначаються мета, завдання та загальна методика дослідження, описується структура дисертації.

У **першому** оглядовому розділі розглядаються програмно-апаратні комплекси моніторингу локалізованих солітоноподібних збурень в суцільних середовищах, зокрема, системи попередження цунамі та системи моніторингу сейсмічних процесів, що включають в себе сейсмічні та геофізичні станції, комп'ютерні системи обробки даних та відповідне програмне забезпечення. В розділі відзначені недоліки відповідних програмно-апаратних комплексів, виділено клас невирішених проблем в галузі прогнозування сейсмічних явищ, зокрема неврахування відокремлених хвиль як одного з можливих факторів, що впливають на утворення серій сейсмічних поштовхів, підведено до необхідності розробки нових підходів, що базуються на моделюванні процесів поширення локалізованих солітоноподібних збурень а також в загальній формі обґрунтовано мету та завдання досліджень.

Передумовою побудови солітонних моделей сейсмічних процесів та відповідних програмно-апаратних систем моніторингу сейсмічних поштовхів стали роботи А.В. Вікуліна, Г.В. Дрейдена, С.А. Вижви, О.В. Кендзери, Г.Т. Продайводи, Я. Козака, Я. Сілені, Н.І. Остросабліна, Б.Д. Анніна, А.В. Порубова, Г.В. Єгоркиної.

В рамках структурно-феноменологічного підходу до опису твердого тіла згадуються моделі, що допускають солітонні розв'язки, зокрема моделі в рамках континууму Леру, псевдоконтинууму Коссера, пошкодженого середовища з мікроструктурою, багатокомпонентні суміші тіл, що деформуються, середовища з дислокаціями. Також розглядаються моделі сейсмічних процесів, що допускають

солітонні розв'язки, зокрема ротаційна модель сейсмічного процесу А.В. Вікуліна та моделі типу мілкої води. Солітонні моделі для рідин та газів моделі базуються на основі рівнянь Бюргерса, Кортвега-де Вріза, Буссинеска, Серра, $\sin$ -Гордона, Клейна-Гордона-Фока, Шредингера, Гінзбурга-Ландау, Кадомцева-Петвіашвілі, Заблоцької-Хохлова-Кузнецова, Уізема, Смилова, Курамото-Сивашинського, Кавахари. Важливе місце серед методів знаходження солітонних розв'язків еволюційних рівнянь займають теоретичні результати Н.Н. Боголюбова, Ю.А. Митропольського, В.Є. Захарова, А.М. Самойленка, А.К. Прикарпатського, В.Г. Самойленка, М.М. Притули, І.Т. Селезова, В.Я. Данилова, В.Ф. Губарева, А.Я. Бомби, О.А. Рябенка. У окремому параграфі (п. 1.2) аналізуються відомі підходи до моделювання відокремлених хвиль, зокрема: метод біжучої хвилі, метод оберненої задачі розсіювання, метод Хіроті, перетворення Беклунда, методи спеціальних розкладів (декомпозицій Адоміана, $\tanh$ -метод, метод ер-функцій, метод гомотопій), асимптотичні методи.

Аналіз відомих підходів та моделей показав складність існуючого математичного апарату, що суттєво обмежує можливості його використання для розробки відповідних підсистем прогнозування у існуючих програмно-апаратних комплексах сейсмічного та хвильового моніторингу. Тому постало завдання у розробці нових конструктивних способів представлення профілю локалізованих солітоноподібних збурень, що допускають поширення на просторовий випадок, мають загальний характер та не залежать від типів модельних рівнянь, що і забезпечує можливість їх практичного застосування.

У **другому** розділі запропоновано спеціальні Т-представлення, що мають переваги класичних δ -солітонів в частині їх незалежності від форми профілю і, водночас, є обмеженими гладкими функціями, що описують профіль хвилі та дозволяють дозволяють моделювати як солітони так і відокремлені хвилі, що солітонами не являються.

В загальному випадку відповідні представлення мають вигляд:

$$(u^{(1)}, u^{(2)}, \dots, u^{(n)})^T = (\gamma_1(t), \gamma_2(t), \dots, \gamma_n(t))^T W(x, t), \quad (1)$$

де $W(x, t) = \exp(-\mu(x, \tilde{x}(t)) / \varepsilon)$ – функція, що описує форму хвилі, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\tilde{x}(t) = (\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_n(t))$ – координата точки максимуму відповідного збурення, $\mu(a, b)$ – деяка невід'ємна функція, $a, b \in R^n$ (в найпростішому випадку це функція міри, визначена на множині інтервалів $\{[a, b], a, b \in R^n\}$), $(\gamma_1(t), \gamma_2(t), \dots, \gamma_n(t))^T$ – амплітудні функції, ε – параметр локалізації.

Для дослідження одновимірних хвильових процесів запропоновано представлення виду:

$$u(x, t) = \gamma(t) \exp(-g(x - \tilde{x}(t)) / \varepsilon), \quad (2)$$

де $\gamma(\cdot)$ є амплітудою, ε – параметр, що визначає локалізацію збурення, $\tilde{x}(t)$ – функція, що описує максимум збурення (закон руху), $g(\cdot)$ – достатньо гладка функція, що задовольняє умови: $g(x) \geq 0$, $g(0) = 0$, $g'(0) = 0$, $g''(0) \geq 0$ (в найпростішому випадку функція $g(\cdot)$ є мірою, визначеною на множині інтервалів в R^1).

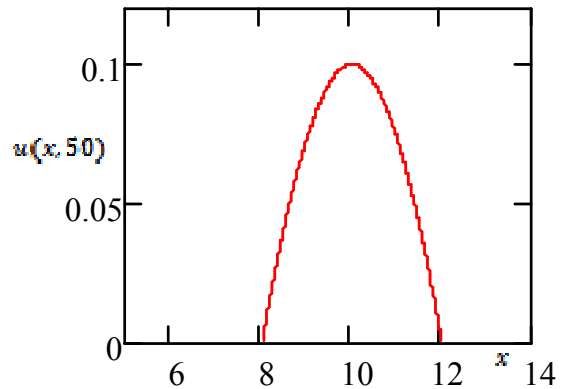
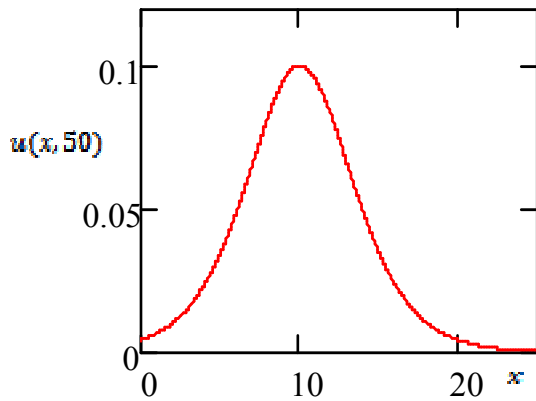


Рис. 1. Класичний солітон рівняння КдВ Рис. 2. Розв'язок рівняння КдВ виду (2)

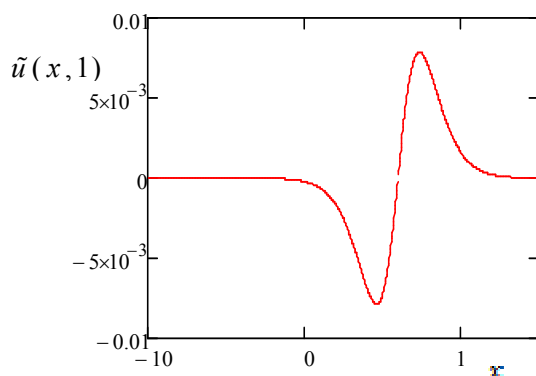
В розділі знайдено новий клас розв'язків рівнянь типу Кортевега-де Вріза, які описують низку процесів не лише у рідинах але й у твердих тілах, зокрема хвилі у багатокомпонентних сумішах тіл, що деформуються, дислокаційні механізми пластичної течії в кристалах і тому можуть використовуватись в якості універсальної моделі для систем сейсмічного та хвильового моніторингу. На основі відповідних Т-представлень показано, що класичний солітон КдВ $u(x, t) = 2\chi^2 ch^{-2} \chi(x - 4\chi^2 t - \varphi)$ (див. рис.1) є частковим випадком відповідних узагальнень, що мають вигляд: $u(x, t) = \gamma(t) \exp(-g(x - \tilde{x}(t)))$, де функція $g(\cdot)$ є розв'язком задачі Коші:

$$g'(y) = \text{sign}(y) \sqrt{b - 2\gamma e^{-g} + C_1 e^{2g} + C_2 e^g}, \quad g(0) = 0. \quad (3)$$

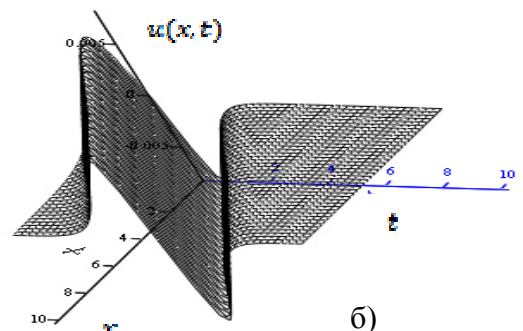
На рис. 2 наведено розв'язок рівняння КдВ, що має амплітуду та швидкість, які співпадають з класичним розв'язком КдВ, однак іншою є область локалізації та профіль, при цьому: $C_1 = 0.9, C_2 = -0.901, b = 0.201, \gamma = 0.1$. Також знайдено бризерні розв'язки (рис. 3) у вигляді: $u(x, t) = (x - \tilde{x}(t)) \exp(-g(x - \tilde{x}(t)) / \varepsilon)$, $\gamma = \text{const}$, де функція $\tilde{g}(y) = g(y) / \varepsilon$ є розв'язком задачі Коші:

$$\begin{aligned} & -v - v\gamma \tilde{g}'(y) + 6y(1 + y\tilde{g}'(y))\gamma e^{-\tilde{g}(y)} + 3(\tilde{g}''(y) + (\tilde{g}'(y))^2) + \\ & + y(\tilde{g}'''(y) + 3\tilde{g}'(y)\tilde{g}''(y) + (\tilde{g}'(y))^3) = 0, \\ & v = 3, g(0) = 0, g'(0) = 0, g''(0) = C = \text{const}, \gamma = \text{const}. \end{aligned}$$

На рис. 4 наведено порівняння результатів натурних експериментів та комп'ютерних (на основі представлень (2)), що реалізовані в системі автоматизованого проектування MATHCAD 15.0.



а)



б)

Рис. 3. Бризерний розв'язок рівняння КдВ : розподіл збурень $u = u(x, 1)$ а) та бризер-поверхня $u = u(x, t)$ б)

У цьому ж розділі модифіковано метод гауссіанів для моделювання одно- та багатосолітонних процесів, що описуються рівняннями типу КдВ (п. 2.2), а саме, пропонується знаходити розв'язок рівняння КдВ у вигляді:

$$u(x, t) = \sum_{i=0}^n \gamma_i \exp(-(x - \tilde{x}(t) - \delta i)^2 / \varepsilon_i) + r(n, \tilde{x}(t), \gamma_1, \dots, \gamma_n, \delta),$$

де δ – деякий параметр, $r(n, \tilde{x}(t), \gamma_1, \dots, \gamma_n, \delta)$ – похибка наближення.

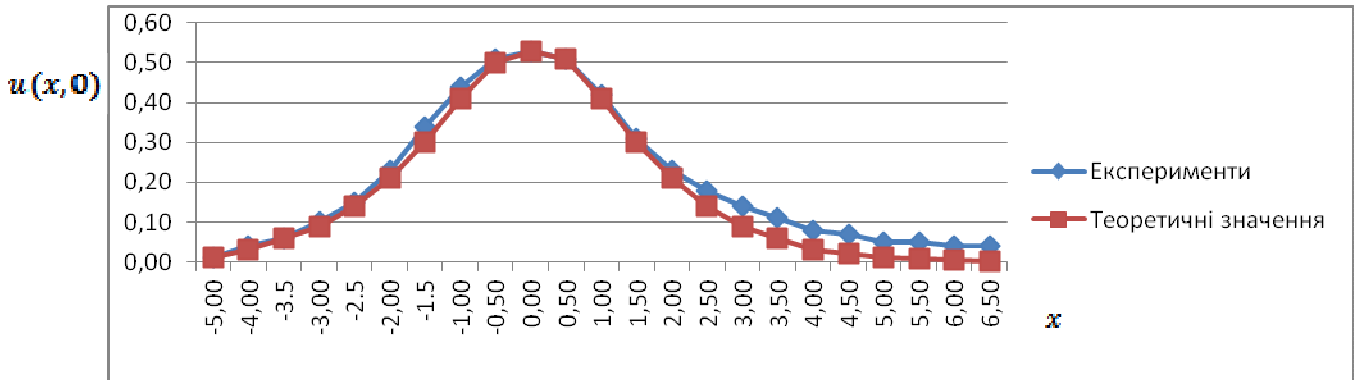


Рис. 4. Порівняння експериментального та теоретичного профілю хвилі

Зокрема, для суми гауссіанів виду:

$$hv(x, t) = 0.00735 \exp(-(x - 3t + 6.6)^2 / 16) + 0.008 \exp(-(x - 3t - 6.5)^2 / 17) - 0.0007 \exp(-(x - 3t + 3.5)^2 / 7) + 0.098 \exp(-(x - 3t)^2 / 20)$$

похибка зображена на рис. 5.

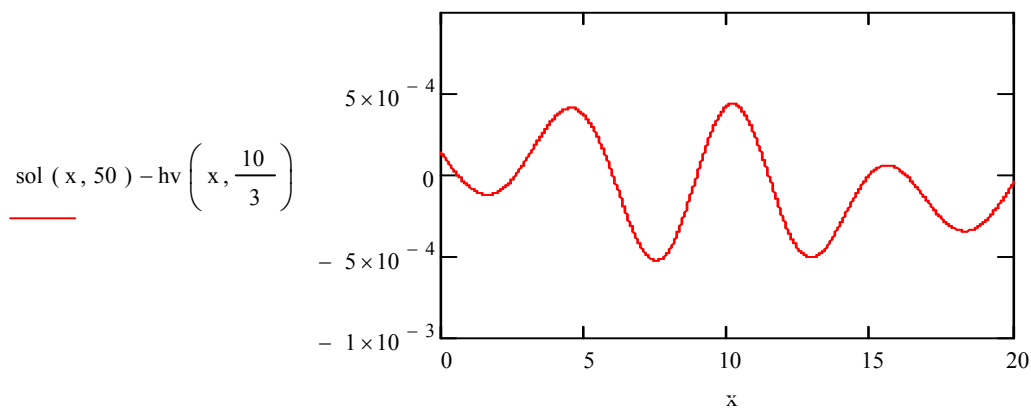


Рис. 5. Структура похибки наближення сумою гауссіанів

При цьому знайдено спеціальну функцію для встановлення співвідношень між базовими параметрами солітоноподібної хвилі виду:

$$X(\varepsilon, v, \gamma) = 4\gamma^2 \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\pi} \left(\frac{v^2}{4\sqrt{2}\varepsilon} - \frac{2\gamma v}{\varepsilon \sqrt{3}} + \frac{3v}{2\sqrt{2}\varepsilon^2} + \frac{9\gamma^2}{4\varepsilon} - \frac{8\gamma}{\varepsilon^2 \sqrt{3}} + \frac{15}{4\sqrt{2}\varepsilon^3} \right).$$

На рис. 6 побудовано поверхні, отримані при фіксованому значенні одного з аргументів функції.

Також для моделювання взаємодії двох солітоноподібних хвиль пропонується модифіковане представлення:

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t) = \gamma_1(t) \exp(-(x - v_1 t - x_1^0)^2 / \varepsilon_1) + \gamma_2(t) \exp(-(x - v_2 t - x_2^0)^2 / \varepsilon_2),$$

де відповідні параметри знаходяться з умови мінімізації функціоналу:

$$\begin{aligned}
& \int_{-a}^a (\gamma_1'(t) \exp(-f_1^2 / \varepsilon_1) + 2f_1 v_1 \gamma_1(t) \exp(-f_1^2 / \varepsilon_1) / \varepsilon_1 + \gamma_2'(t) \exp(-f_2^2 / \varepsilon_2) + \\
& + 2f_2 v_2 \gamma_2(t) \exp(-f_2^2 / \varepsilon_2) / \varepsilon_2 - 12(\gamma_1(t) \exp(-f_1^2 / \varepsilon_1) + \gamma_2(t) \exp(-f_2^2 / \varepsilon_2)) \times \\
& \times (f_1 \gamma_1(t) \exp(-f_1^2 / \varepsilon_1) / \varepsilon_1 + f_2 \gamma_2(t) \exp(-f_2^2 / \varepsilon_2) / \varepsilon_2) + (12f_1 / \varepsilon_1^2 - \\
& - 8f_1^3 / \varepsilon_1^3) \gamma_1(t) \exp(-f_1^2 / \varepsilon_1) + (12f_2 / \varepsilon_2^2 - 8f_2^3 / \varepsilon_2^3) \gamma_2(t) \exp(-f_2^2 / \varepsilon_2))^2 dx \rightarrow \min, \\
& \gamma_1, \gamma_2
\end{aligned} \quad (4)$$

$f_1 = (x - v_1 t - x_1^0)^2$, $f_2 = (x - v_2 t - x_2^0)^2$. При цьому наведено методику чисельного дослідження амплітуд кожної з хвиль в момент взаємодії.

В п. 2.3 пропонується загальний метод моделювання багатосолітонних взаємодій. Метод ґрунтується на специфічній властивості Т-представлень точно задовольняти рівняння, що описують хвильові взаємодії, у областях, які визначають максимум збурення.

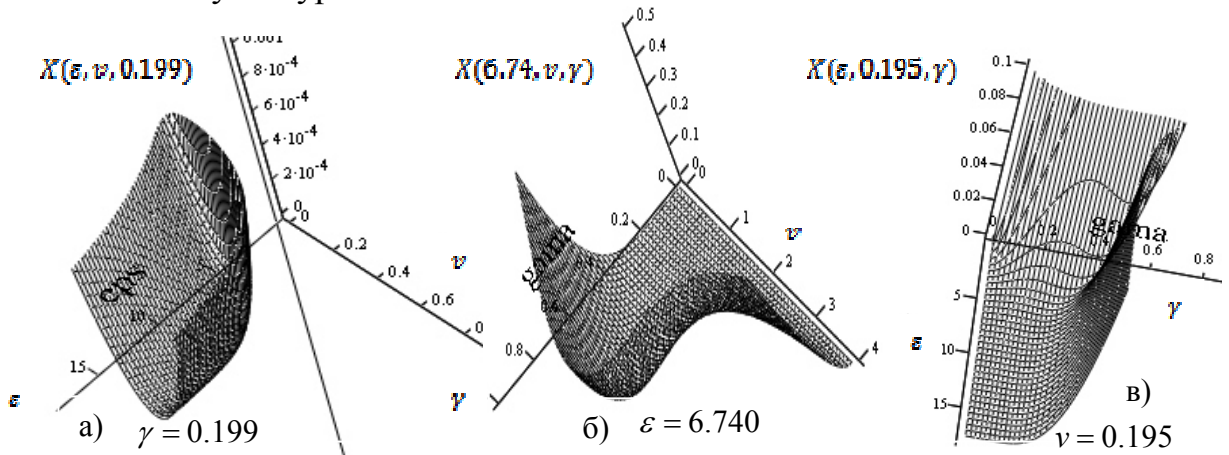


Рис. 6. Співвідношення між базовими параметрами солітона

При цьому пропонується процедура покриття області дослідження кривими $\Omega_{\alpha, \beta} = \{(x, t) : x = \tilde{x}_1(t) + \alpha, x = \tilde{x}_2(t) + \beta\}$ і побудови спеціальних наближень розв'язків у їх околах та методика знаходження рівнянь для амплітудних характеристик. В результаті отримується серія допоміжних задач Коші, на основі розв'язків яких будується наближений розв'язок вихідного рівняння. В роботі відповідний метод проілюстрований для рівняння КдВ, приклади взаємодії солітоноподібних хвиль наведено на рис. 7. Метод моделювання має загальний характер і не залежить від виду базових моделей середовищ, де розглядаються відповідні збурення.

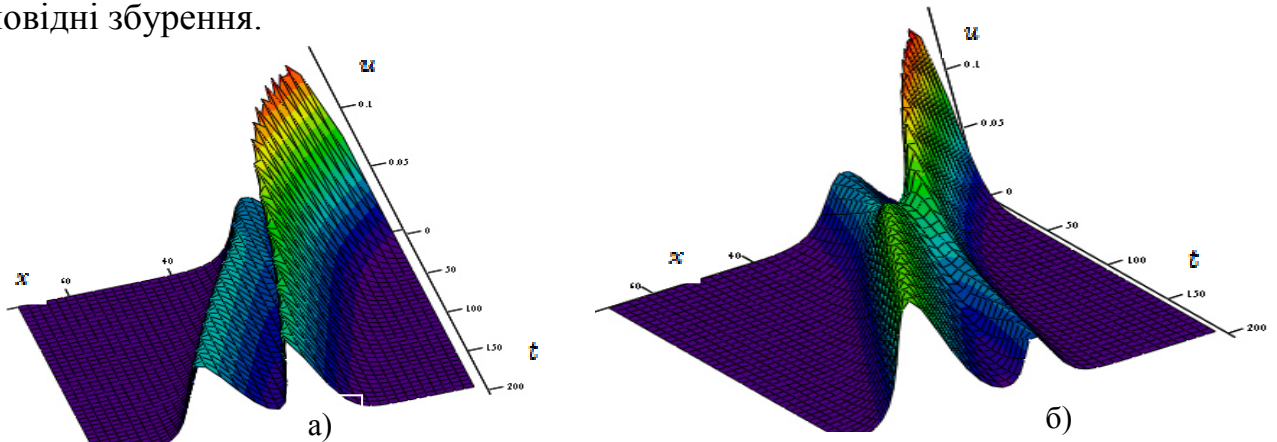


Рис. 7. Модель взаємодії солітонів для закону руху $\tilde{x}_i(t) = c_i \gamma_i(t)t + x_i^0, i = 1, 2$, а) та для класичного закону руху б)

У **третьому** розділі вирішується завдання математичного та комп'ютерного моделювання процесів виникнення, поширення та взаємодії солітоноподібних хвиль у просторових умовах, зокрема, хвиль типу цунамі та локалізованих збурень в гравітуючих газових дисках. Побудовані математичні моделі, що дозволяють описати траєкторії відповідних локалізованих збурень при певних додаткових умовах (заданих областях зміни густини для газу чи довільній поверхні дна для кругових локалізованих хвиль) та проведено відповідні чисельні розрахунки в системах автоматизованого проектування. Траєкторії збурень типу δ -солітонів досліджуються у середовищах, де хвильові процеси описуються системами рівнянь типу мілкої води, зокрема рівнянь гравітуючих газових дисків.

Для системи рівнянь виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{hu}{r} + u \frac{\partial h}{\partial r} + h \frac{\partial u}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + g_0 \frac{\partial h}{\partial r} &= -g_0 \frac{\partial b}{\partial r}, \\ \frac{\partial h}{\partial \varphi} &= -\frac{\partial b}{\partial \varphi}, \end{aligned} \quad (5)$$

де u – швидкість, h – профіль хвилі, точні розв'язки (п. 3.1), що моделюють поширення кругової відокремленої хвилі, знайдено у вигляді:

$$\begin{aligned} h(r, \varphi, t) &= \gamma_h(\varphi, t) \exp\left\{-\frac{g(r - \tilde{r}(\varphi, t))}{\varepsilon}\right\} + c_{gl}, \\ u(r, \varphi, t) &= \frac{1}{r(\gamma(\varphi, t)e^{\frac{g(r - \tilde{r}(\varphi, t))}{\varepsilon}} + c_{gl})} (C(\varphi, t) - \gamma'_h(\varphi, t)) \int e^{\frac{g(r - \tilde{r}(\varphi, t))}{\varepsilon}} r dr - \\ &\quad - \tilde{r}'(\varphi, t) \int \frac{g'(r - \tilde{r}(\varphi, t))}{\varepsilon} (h - c_{gl}) r dr. \end{aligned} \quad (6)$$

де $g(\cdot)$, $\gamma(\cdot)$, $\tilde{r}(\cdot)$ – деякі функції, c_{gl} – параметр, що визначає глибину.

При цьому отримані співвідношення для аналізу поведінки відокремлених хвиль в залежності від зміни поверхні дна. У випадку, коли не існує розв'язку (6), що моделює хвилю незмінного профілю, пропонується наступний підхід. Початкове збурення представляється у вигляді:

$$h(r, \varphi, t_0) = \gamma_h(\varphi, t_0) \exp\left\{-\frac{g(r - \tilde{r}(\varphi, t_0))}{\varepsilon}\right\} + c_{gl}, \quad \text{де } g(\cdot) - \text{ задана функція,}$$

розв'язок знаходиться у формі (6). При цьому відповідна система рівнянь розглядається при $r = \tilde{r}(t) + \alpha$. В такому випадку виводиться рівняння для визначення амплітуд та швидкостей локалізованого збурення, яке має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{1}{rh} &\left(C'(\varphi, t) - (\gamma''(\varphi, t)r + \tilde{r}''(\varphi, t)\gamma(\varphi, t) + 2\tilde{r}'(\varphi, t)\gamma'(\varphi, t))\psi'(\alpha) + 2\gamma'(\varphi, t)\tilde{r}'(\varphi, t)r(h - c_{gl}) / \right. \\ &\left. / \gamma(\varphi, t) + \tilde{r}^{'2}(\varphi, t)(h - c_{gl}) + \gamma''(\varphi, t)\psi(\alpha) + \tilde{r}''(\varphi, t)r(h - c_{gl}) + \tilde{r}^{'2}(\varphi, t)r \frac{g'(\alpha)}{\varepsilon} (h - c_{gl}) \right) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(C(\varphi, t) - (\gamma'(\varphi, t)r + \tilde{r}'(\varphi, t)\gamma(\varphi, t))\psi'(\alpha) + \gamma'(\varphi, t)\psi(\alpha) + \tilde{r}'(\varphi, t)r(h - c_{gl}) \right) \times \\
& \times (\gamma'(\varphi, t) / \gamma(t) + \tilde{r}'(\varphi, t) \frac{g'(\alpha)}{\varepsilon}) \frac{(h - c_{gl})}{rh^2} = \\
& = g_0 \frac{g'(\alpha)}{\varepsilon} (h - c_{gl}) + \frac{1}{rh} (C(\varphi, t) - (\gamma'(\varphi, t)r + \tilde{r}'(\varphi, t)\gamma(\varphi, t))\psi'(\alpha) + \gamma'(\varphi, t)\psi(\alpha) + \\
& + \tilde{r}'(\varphi, t)r\gamma(\varphi, t)e^{-\frac{g(\alpha)}{\varepsilon}}) \frac{\gamma'(\varphi, t)}{\gamma(\varphi, t)} \frac{h - c_{gl}}{h} + \frac{1}{rh} (C(\varphi, t) - (\gamma'(\varphi, t)r + \tilde{r}'(\varphi, t)\gamma(\varphi, t))\psi'(\alpha) + \\
& + \gamma'(\varphi, t)\psi(\alpha) + \tilde{r}'(\varphi, t)r\gamma(\varphi, t)e^{-\frac{g(\alpha)}{\varepsilon}}) \tilde{r}'(\varphi, t) \frac{g'(\alpha)}{\varepsilon} \frac{h - c_{gl}}{h} - \frac{1}{r^2 h^2} (C(\varphi, t) - (\gamma'(\varphi, t)r + \\
& + \tilde{r}'(\varphi, t)\gamma(\varphi, t))\psi'(\alpha) + \gamma'(\varphi, t)\psi(\alpha) + \tilde{r}'(\varphi, t)r\gamma(\varphi, t)e^{-\frac{g(\alpha)}{\varepsilon}})^2 \frac{g'(\alpha)}{\varepsilon} \frac{h - c_{gl}}{h} + \\
& + \frac{1}{r^3 h^3} (C(\varphi, t) - (\gamma'(\varphi, t)r + \tilde{r}'(\varphi, t)\gamma(\varphi, t))\psi'(\alpha) + \gamma'(\varphi, t)\psi(\alpha) + \\
& + \tilde{r}'(\varphi, t)r\gamma(\varphi, t)e^{-\frac{g(\alpha)}{\varepsilon}})^2 - g_0 \frac{\partial b}{\partial r}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Розв'язок рівняння (7) при певних початкових умовах дозволяє отримати амплітудні функції локалізованої хвилі у розумінні представлень (6) для областей $\Omega_\alpha = \{(r, t) : r = \tilde{r}(\alpha, t)\}$.

Розглядаються також математичні моделі газової динаміки гравітуючого диску для випадку політропного закону $p = B\sigma^{\gamma_s}$, що зв'язує поверхневий тиск та поверхневу щільність, у вигляді:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r \partial \varphi} \right) + u \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{v \partial \sigma}{r \partial \varphi} = 0, \\
& \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{v^2}{r} = - \frac{\partial \Phi}{\partial r} - B \gamma_s \sigma^{\gamma_s - 2} \frac{\partial \sigma}{\partial r}, \\
& \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{uv}{r} = - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} - \sigma^{\gamma_s - 2} \frac{B \gamma_s}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi},
\end{aligned} \tag{8}$$

де $u(r, \varphi, t), v(r, \varphi, t)$ – радіальна та азимутальна компоненти швидкості газу відповідно, $\sigma(r, \varphi, t)$ – поверхнева густина газового диску, $\Phi(r, \varphi, t)$ – гравітаційний потенціал, B, D – деякі невід'ємні сталі, γ_s – показник адіабати.

При цьому густина, гравітаційний потенціал та швидкість представляються як сума рівноважних та збурених компонент :

$$\begin{aligned}
& \sigma(r, \varphi, t) = \sigma_0(r, \varphi, t) + \sigma_1(r, \varphi, t), \Phi(r, \varphi, t) = \Phi_0(r) + \Phi_1(r, \varphi, t), \\
& u(r, \varphi, t) = u_1(r, \varphi, t), v(r, \varphi, t) = v_0(r, \varphi, t) + v_1(r, \varphi, t).
\end{aligned} \tag{9}$$

Вектор-функція збурень $f_1(r, \varphi, t) = (u_1(r, \varphi, t), v_1(r, \varphi, t), \sigma_1(r, \varphi, t))$ знаходиться у вигляді:

$$f_1(r, \varphi, t) = \varepsilon_0 \psi_f(t) \omega(r, \varphi, t, \varepsilon), \tag{10}$$

де $\psi_f(t) = (\psi_u(t), \psi_v(t), \psi_\sigma(t))$, $\psi_u(t)$, $\psi_v(t)$, $\psi_\sigma(t)$, $\tilde{r}(t)$, $\tilde{\varphi}(t)$ – деякі функції, причому $\tilde{r}(t) \geq 0$, $\psi_\sigma(t) \geq 0$, ε – малий параметр, ε_0 – деяка константа,

$$\omega(r, \varphi, t, \varepsilon) = \exp\left\{-\frac{g(r - \tilde{r}(t)) + g(\varphi - \tilde{\varphi}(t))}{\varepsilon}\right\},$$

$g(x)$ – парна функція, яка має властивості: $g(x) \geq 0$, $x \in (-\infty, +\infty)$; $g(0) = 0$; існують константи $\alpha_1, \tilde{\alpha}_1, \alpha_2, \tilde{\alpha}_2, c_1 > 0, c_2 > 0, 0 < \alpha_1, \tilde{\alpha}_1 < 1, 0 < \alpha_2, \tilde{\alpha}_2 < 1$ а також $\varepsilon > 0$ такі, що $\tilde{c}_1 g^{\tilde{\alpha}_1}(x) \leq |g'(x)| \leq c_1 g^{\alpha_1}(x), |g''(x)| \leq c_2 g^{\alpha_2}(x)$ у області $\{x : g(x) \leq -\varepsilon \ln \varepsilon\}$.

Основні результати формулюються у вигляді низки тверджень, у яких розв'язки системи (8) у вигляді (10) знаходяться у областях:

$G_\varepsilon^1 = \{(r, \varphi, t) : g(r - \tilde{r}(t)) + g(\varphi - \tilde{\varphi}(t)) \geq -\varepsilon \ln \varepsilon, t \in [0, T], r \leq R\}$, $G_\varepsilon^2 = \{(r, \varphi, t) : g(r - \tilde{r}(t)) + g(\varphi - \tilde{\varphi}(t)) \leq -\varepsilon \ln \varepsilon, t \in [0, T], r \leq R\}$, $G_\varepsilon^\alpha = \{(r, \varphi, t) : g(r - \tilde{r}(t)) + g(\varphi - \tilde{\varphi}(t)) < \varepsilon^{1/\alpha_1}, t \in [0, T]\}$ та оцінюються похибки наближень. Зокрема для випадку, коли $\varepsilon_0 = \varepsilon^{1-\alpha_1} \mathcal{G}(\varepsilon)$, де $\mathcal{G}(\varepsilon)$ – деяка функція, така що $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \mathcal{G}(\varepsilon) = 0$, а

$\sigma_0(r)$, $v_0(r)$, $\frac{d\sigma_0(r)}{dr}$, $\frac{dv_0(r)}{dr}$ – обмежені функції, розв'язок знаходиться з точністю:

$$\delta(\varepsilon) = \begin{cases} O(\varepsilon_0 (-\varepsilon \ln \varepsilon)^{\alpha_1}), & (r, \varphi, t) \in G_\varepsilon^1, \\ O(\mathcal{G}(\varepsilon)), & (r, \varphi, t) \in G_\varepsilon^2. \end{cases} \quad (11)$$

При цьому $\psi_u(t) \equiv 0$, $\psi_v(t) \equiv 0$, $\psi_\sigma(t) = \psi_\sigma \geq 0$.

У випадку, коли в області $G = \{(r, \varphi) : r_1 \leq r \leq r_2\}$ поверхнева густина має вигляд:

$$\sigma_0(r) = Cr^D - \frac{\varepsilon_0 \psi_\sigma}{2}, \quad (12)$$

де C – така стала, що $\sigma_0(r) \geq 0$, розв'язок системи (8) знаходиться у вигляді (10) з точністю:

$$\delta(\varepsilon) = \begin{cases} O(\varepsilon_0 (-\varepsilon \ln \varepsilon)^{\alpha_1}), & (r, \varphi, t) \in G_\varepsilon^1, \\ O(\varepsilon_0 \varepsilon^{(1+\alpha_1)\alpha_1-1}), & (r, \varphi, t) \in G_\varepsilon^\alpha. \end{cases} \quad (13)$$

При цьому: $\psi_u(t) \equiv 0$, $\psi_v(t) \equiv 0$, $\psi_\sigma(t) \equiv \psi_\sigma > 0$, а ε_0 та α – довільні додатні константи.

Аналогічна оцінка має місце при виконанні умов $\psi_\sigma'(t) \geq 0$, та існуванні сталої $\varepsilon_0 > 0$ такої, щоб функція $\frac{\partial \sigma_0(\tilde{r}(t))}{\partial r} + \frac{\sigma_0(\tilde{r}(t))}{\tilde{r}(t)} + \frac{\varepsilon_0 \psi_\sigma(t)}{\tilde{r}(t)}$ не змінювала знак при $t \in [0, T]$.

У випадку $\gamma_s = 2$ отримується точний розв'язок системи (8) вигляді (10),

причому $u_1(r, \varphi, t) = v_1(r, \varphi, t) = 0$, $\psi_\sigma(t) = \psi_\sigma = \text{const}$, $\tilde{\varphi}'(t) = \frac{v_0(r)}{r} = \Omega = \text{const}$,

$\tilde{r}(t) = \tilde{r} = \text{const}$, $\Phi_1(r, \varphi, z, t) = -2B\varepsilon_0\psi_\sigma\omega(r, \varphi, t, \varepsilon) = -2B\sigma_1(r, \varphi, t, \varepsilon)$.

При наявності радіальної компоненти швидкості збурення та у випадку $\gamma_s = 2$ частковий розв'язок системи (8) може бути знайдений у вигляді

(10) для області $G = \{(r, \varphi) : e^{-\alpha_1} c_1 \alpha_1^{\alpha_1} \frac{\sigma_0 |\psi_u|}{\varepsilon^{1-\alpha_1} \psi_\sigma} \leq r \leq R\}$ з точністю, що не перевищує

$$\text{величину } \max \left\{ 2c_1 \alpha_1^{\alpha_1} e^{-\alpha_1} \frac{\psi_\sigma}{|\psi_u|}, c_1 \alpha_1^{\alpha_1} e^{-\alpha_1}, 1 \right\} \varepsilon^{1-\alpha_1}, \quad \text{при цьому } v_1(r, \varphi, t) = 0, \\ \psi_u(t) = \psi_u = \text{const}, \quad \psi_\sigma(t) = \psi_\sigma = \text{const}, \quad \tilde{\varphi}(t) = c_\varphi + \Omega t, \quad \tilde{r}(t) = c_r + \sigma_0 \psi_u t / \psi_\sigma, \\ \sigma_0(r) = \sigma_0 = \text{const}, \quad \frac{v_0(r)}{r} = \Omega = \text{const}, \quad \Phi_1(r, \varphi, z, t) = \varepsilon_0 \omega(r, \varphi, t, \varepsilon) (\sigma_0 \psi_u^2 - 2B \psi_\sigma^2) / \psi_\sigma.$$

У випадку довільного показника адіабати отримуємо аналогічний попередньому випадку розв'язок з точністю, що не перевищує величину

$$\max \left\{ c_1 \alpha_1^{\alpha_1} e^{-\alpha_1} B \gamma_s (\gamma_s - 2) \sigma_0^{\gamma_s-3} \frac{\psi_\sigma^2}{\psi_u^2}, 2c_1 \alpha_1^{\alpha_1} e^{-\alpha_1} \frac{\psi_\sigma}{|\psi_u|}, 1 \right\} \varepsilon^{1-\alpha_1}.$$

Траєкторії солітоноподібних хвиль досліджуються для різних випадків поверхневої густини. Основні результати сформульовані у вигляді наступних тверджень.

Твердження 1. Нехай $\psi_u(t) = 0$, $\psi_v(t) = 0$. Тоді ненульове збурення поверхневої густини може існувати в часі лише в області, де поверхнева густина є константою для ізентропічної моделі. При цьому траєкторії збурень співпадають з траєкторіями руху газу в системі та має місце співвідношення

$$\sigma_0 + (\gamma_s - 2) \varepsilon_0 \psi_\sigma(t) \omega(r, \varphi, t, \varepsilon) = 0$$

в області $G_\varepsilon^\alpha = \{(r, \varphi, t) : g(r - \tilde{r}(t)) + g(\varphi - \tilde{\varphi}(t)) < \varepsilon^{1/\alpha_1}, t \in [0, T]\}$.

Твердження 2. Нехай $\psi_v(t) \neq 0$, $\psi_u(t) \neq 0$, $\Phi_1(r, \varphi, t) = 0$, $\gamma_s = 3$. Тоді траєкторії збурень виду (10) визначаються системами рівнянь:

$$\psi_u'(t) - \frac{2v_0 \psi_v(t)}{\tilde{r}(t)} + \frac{3}{\tilde{r}(t) \varepsilon_0} B D \sigma_0^2 (\tilde{r}(t), \tilde{\varphi}(t)) + \frac{\varepsilon_0 \psi_v^2(t)}{\tilde{r}(t)} - \frac{3B}{\varepsilon_0} \frac{\partial \sigma_0}{\partial r} \sigma_0(\tilde{r}(t), \tilde{\varphi}(t)) = 0,$$

$$\psi_v'(t) + \psi_u(t) \frac{\partial v_0}{\partial r} + \frac{\psi_v(t)}{\tilde{r}(t)} \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} + \frac{\psi_u(t) v_0}{\tilde{r}(t)} + \frac{\psi_u(t) \varepsilon_0 \psi_v(t)}{\tilde{r}(t)} = 0,$$

$$\begin{cases} \tilde{\varphi}'(t) - \frac{v_0}{\tilde{r}(t)} - \frac{\psi_v(t)}{\tilde{r}(t)} \varepsilon_0 = 0, \\ \tilde{r}'(t) - \psi_u(t) \varepsilon_0 = 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_0}{\partial t} + \frac{v_0}{r} \frac{\partial \sigma_0}{\partial \varphi} = 0, -\frac{v_0^2}{r} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial r} - B \gamma_s \sigma_0 \frac{\partial \sigma_0}{\partial r} + \frac{3}{2r} D B \sigma_0^2, \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} + \frac{v_0}{r} \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} = -\sigma_0 \frac{3B}{r} \frac{\partial \sigma_0}{\partial \varphi}. \end{cases} \quad (15)$$

Приклади траєкторій відокремлених хвиль для поверхневої густини виду:

$\sigma_0(r, \varphi, t) = e^{-\mu r} + a(e^{-(r-R)^2/H} + e^{-(r-R_1)^2/H} + e^{-(r-R_2)^2/H} + e^{-(r-R_3)^2/H})$ та різних значень початкових швидкостей наведені на рис.8.

Четвертий розділ присвячено проблемі математичного та комп'ютерного моделювання процесів поширення солітоноподібних хвиль при наявності

областей стрімкої зміни густини та за умов інтенсивного виникнення таких хвиль. При цьому пропонуються нові математичні моделі, що ґрунтуються на застосовуванні операторних перетворень для моделювання множин точок перетину траєкторій відокремлених хвиль та границь областей стрімкої зміни густини а також алгоритми моделювання відповідних множин та оцінки параметрів.

При цьому (п. 4.1) пропонується підхід, при якому моделюються лише окремі точки взаємодії локалізованих збурень з деякими поверхнями (поверхнями Пуанкаре). А саме, якщо x – деяка точка взаємодії, то наступна точка взаємодії локалізованої хвилі з відповідною поверхнею визначається як Ax , де A – деякий оператор. Тоді отримується множина виду: $O_A^+(x_0) = \{x_n : x_n = A(x_{n-1}), n = 1, 2, \dots\}$.

Зокрема, у випадку поверхонь Пуанкаре, які представляють собою систему сфер та руху солітонів до деякого центру, вибирається оператор, що має притягуючу нерухому точку, у вигляді:

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 - y^2 - z^2 + c_x \\ 2xy + c_y \\ 2xz + c_z \end{pmatrix}, \quad (16)$$

де c_x, c_y, c_z, c_g – деякі параметри.

На основі оператора (16) побудовано такий оператор $\tilde{A}$, для якого виконується співвідношення :

$$O_{\tilde{A}}^+(x - \tilde{x}_c) = O_A^+(x) - \tilde{x}_c, \quad (17)$$

де $\tilde{x}_c$ – притягуюча нерухома точка оператора A , $O_A^+(x)$ – деяка позитивна напівтраєкторія, $B(\tilde{x}_c)$ – басейн притягання точки $\tilde{x}_c$, $x \in B(\tilde{x}_c)$.

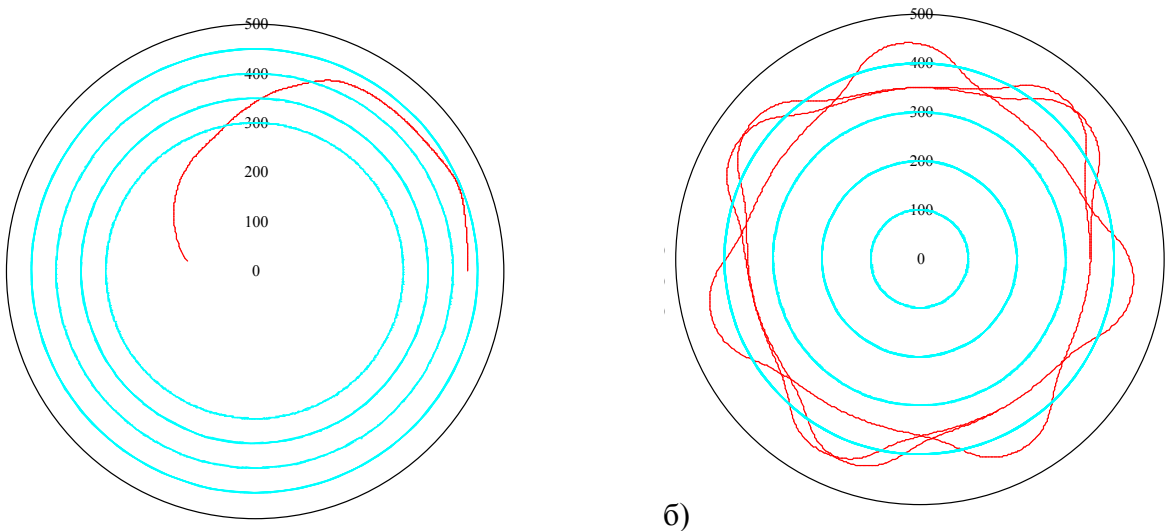


Рис. 8. Траєкторія локалізованого збурення у випадках: а) $a=-9, \mu=0.01, \psi_u^0=4, \psi_v^0=150$, б) $a=4, \mu=0.01, \psi_u^0=4, \psi_v^0=70$

Такий оператор у випадку R^2 має вигляд:

$$\tilde{A} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x + x_c)^2 - (y + y_c)^2 + c_x - x_c \\ 2(x + x_c)(y + y_c) + c_y - y_c \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Якщо $\bar{x} = x + iy$ – точка в комплексній площині, то $\tilde{A}(\bar{x}) = \bar{x}^2 + 2\bar{x}\tilde{x}_c$, де $\tilde{x}_c$ – притягуюча нерухома точка оператора A . На цій основі сформульовано та обґрунтовано низку допоміжних тверджень, зокрема:

Твердження 3. Нехай $\tilde{x}_c$ – нерухома точка оператора (15). Тоді для довільної точки x , що належить басейну притягання точки $\tilde{x}_c$, існують границі виду:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \psi_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-\tilde{A}^{1+nm} x, \tilde{A}^{1+(n+1)m} x - \tilde{A}^{1+nm} x)}{\|\tilde{A}^{1+nm} x\| \|\tilde{A}^{1+(n+1)m} x - \tilde{A}^{1+nm} x\|} = \frac{-\operatorname{Re}(2^m \tilde{x}_c^m - 1)}{\sqrt{(\operatorname{Re}(2^m \tilde{x}_c^m - 1))^2 + (\operatorname{Im}(2^m \tilde{x}_c^m - 1))^2}},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \varphi_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\tilde{A}^{1+nm} x, \tilde{A}^{1+(n+1)m} x)}{\|\tilde{A}^{1+nm} x\| \|\tilde{A}^{1+(n+1)m} x\|} = \frac{\operatorname{Re}(2^{m-1} \tilde{x}_c^{m-1})}{\sqrt{(\operatorname{Re}(2^{m-1} \tilde{x}_c^{m-1}))^2 + (\operatorname{Im}(2^{m-1} \tilde{x}_c^{m-1}))^2}}.$$

Твердження 4. Для того, щоб логарифмічна спіраль здійснювала δ -апроксимацію орбіти динамічної системи $O_A^+(x_0)$, необхідно і достатньо, щоб якобіан оператора $\tilde{A}$ можна було представити як композицію оператора стиску та оператора повороту, $\frac{\partial \tilde{A} x_c}{\partial x} = \lambda P$, де $\lambda < 1$, P -матриця повороту та виконувались умови:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{|\varepsilon(\tilde{A}^i x)|}{\lambda^{i+1} |x|} \leq \delta, \quad \tilde{A} x = \frac{\partial \tilde{A} x_c}{\partial x} x + \varepsilon(x), \quad \frac{\varepsilon(x)}{|x|} \rightarrow 0, \text{ при } |x| \rightarrow 0. \quad (19)$$

Отримані результати дають можливість побудувати класи операторних перетворень, для моделювання послідовності точок перетину солітонів з поверхнями Пуанкаре, що мають спіральну структуру. Відзначимо, що саме такі множини виникають у багатьох природних процесах. У роботі розглядаються моделі, що враховують колективні ефекти взаємодії солітоноподібних хвиль, що розподілені рівномірно в деякій області в початковий момент часу.

В якості узагальнених нестандартних математичних моделей, які б адекватно описували хвильові процеси при наявності солітоноподібних збурень, пропонується розглядати динамічні системи виду:

$$\Sigma = \{T, G, G_0, X, A, I, E\}, \quad (20)$$

де $T = [0, t_1] \subset R$ – часовий інтервал дослідження; $G \subset R^n$ – множина станів (фазовий простір); G_0 – скінченна множина, $G_0 \subset G$, що визначає початкові положення точок системи; $X : T \times T \times G \rightarrow G$ – оператор, що визначає траєкторії точок системи (базовий закон руху); $A : T \times T \times G \rightarrow G$ – оператор, що визначає поширення випромінювання (відокремлених хвиль) в просторі-часі; I – дисципліна появи нових локалізованих хвиль у області G ; $E : T \times G \rightarrow R^+$ – енергетична функція, яка описує колективну солітонну взаємодію.

Зокрема, якщо в початковий момент часу локалізовані хвилі рівномірно розподілені в області G і рухаються прямолінійно (по дотичній до кривої, що визначається базовим законом руху), розглядається випадковий вектор $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ та його зміна в часі $\bar{\eta}(t) = \tilde{A}(t)\xi$, де $\bar{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)$, $\eta_1(t) = \xi_1 + t(\xi_1^2 - \xi_2^2 - \xi_3^2 + c_x - \xi_1)$, $\eta_2(t) = \xi_2 + t(2\xi_1 \xi_2 + c_y - \xi_2)$, $\eta_3(t) = \xi_3 +$

$+t(2\xi_1 \xi_3 + c_z - \xi_3)$, c_x, c_y, c_z – деякі параметри. Тоді співвідношення для щільності випадкового вектора $\bar{\eta}(t) = \tilde{A}(t)\xi$ має вигляд:

$$f_{\tilde{A}(t)\xi}(z) = \begin{cases} \frac{1}{\mu(G)2\sqrt{2}t^{3/2}\sqrt{\alpha(z_1, z_2, z_3)(\sqrt{\alpha(z_1, z_2, z_3)} - (tc_x - \frac{(t-1)^2}{4t} - z_1))}}, & z \in \tilde{A}(t)G, \tilde{A}^{-1}(t)z \in G, z_1 \neq \frac{t-1}{2t}, \\ \frac{1}{\mu(G)4\sqrt{2}t^{3/2}\sqrt{\alpha(z_1, z_2, z_3)(\sqrt{\alpha(z_1, z_2, z_3)} - (tc_x - \frac{(t-1)^2}{4t} - z_1))}}, & z \in \tilde{A}(t)G, z_1 \neq \frac{t-1}{2t} \text{ і } (\tilde{A}^{-1}(t)z)_+ \in G, \\ 0, & (\tilde{A}^{-1}(t)z) \notin G, \text{ або } (\tilde{A}^{-1}(t)z)_+ \notin G, (\tilde{A}^{-1}(t)z) \in G, \\ 0, & z \notin \tilde{A}(t)G, \end{cases} \quad (21)$$

де $\alpha(z_1, z_2, z_3) = (tc_y - z_2)^2 + (tc_z - z_3)^2 + (tc_x - \frac{(t-1)^2}{4t} - z_1)^2$, $\mu(G)$ – міра Лебега області G .

При цьому енергетичні функції (які описують розподіл солітоноподібних збурень у області, що досліджується) представлено у вигляді:

$$E(z, t) = C \int_0^{t-t_0} \int_{S_{\varepsilon_E}(z)} f_{\tilde{A}(s)\tilde{\xi}(t-t_0-s)}(x) dx ds, \quad (22)$$

$$E(z, t) = C \int_0^{t-t_0} \int_{S_{\varepsilon_E}(z)} f_{\tilde{A}(s)\xi_{t_0}}(x) dx ds, \quad (23)$$

де $\tilde{\xi}(t-t_0-s) = X(t-t_0-s)\xi_{t_0}$, $S_{\varepsilon_E}(z) = \{x : |x - z| \leq \varepsilon_E\}$, C – деяка константа.

Важливим питанням є знаходження області, де енергетична функція максимальна.

Твердження 5 Нехай швидкість поширення локалізованих збурень в просторі рівна $v(x) = c|\tilde{A}x - x|$, $\tilde{t} = \min\{t > 0 : B_t = (tc_x - \frac{(t-1)^2}{4t}, tc_y, tc_z) \in G\}$ та виконуються умови:

$$\forall z \in G \rho(B_s, z) \geq \rho(B_s, B_{\tilde{t}}), \quad (24)$$

$$z_1 \geq \tilde{t}c_x - \frac{(\tilde{t}-1)^2}{4\tilde{t}}, \quad (25)$$

$$\exists t > 0 : \forall s_2 > \tilde{t}, g(t, s_2) = \frac{\alpha(\tilde{t}+t, z_1^1, z_2^1, z_3^1)\beta(\tilde{t}+t, z_1^1, z_2^1, z_3^1)}{\alpha(s_2+t, z_1^2, z_2^2, z_3^2)\beta(s_2+t, z_1^2, z_2^2, z_3^2)} \leq 1. \quad (26)$$

Тоді локальний екстремум енергетичної функцій (22) досягається в точці $B_{\tilde{t}}$ при будь-яких значеннях $t \in [0, T]$, де $T = \min\{T_1, T_2\}$,

$$T_1 = \max\{t : |\tilde{A}^{-1}(t)B_{\tilde{t}}| \geq |\tilde{A}^{-1}(t)B_s|, s \geq \tilde{t}\}, \text{ (тут } || - \text{ потужність множини)},$$

$$T_2 = \max\{t : \forall s \geq \tilde{t} : g(t, s_2) \leq 1\}.$$

У роботі пропонується метод вибору моделюючого оператора з умови мінімізації відстані заданої множини, що має спіральну структуру, та множини, що отримана як результат серії операторних перетворень деякої рівномірно-

розподіленої множини точок, описано відповідний алгоритм моделювання та специфіка структур даних, що використовуються в програмній реалізації.

Відповідний програмний комплекс дозволяє будувати позитивні напівтраєкторії Жюліа для різних класів операторів та досліджувати їх, конструювати множини операторних перетворень рівномірно-розподілених множин векторів, містить підсистему оцінки параметрів операторів для різних сукупностей вхідних даних та дозволяє будувати діаграми, за допомогою яких можна оцінювати динаміку природніх об'єктів, що мають спіральну структуру (спіральних областей хмарності в циклонах-антициклонах, спіральних хвиль щільності в гравітуючих газових дисках). Приклад формування множини, що має спіральну структуру за допомогою методу операторних перетворень представлено на рис. 9 для випадку простору R^3 .

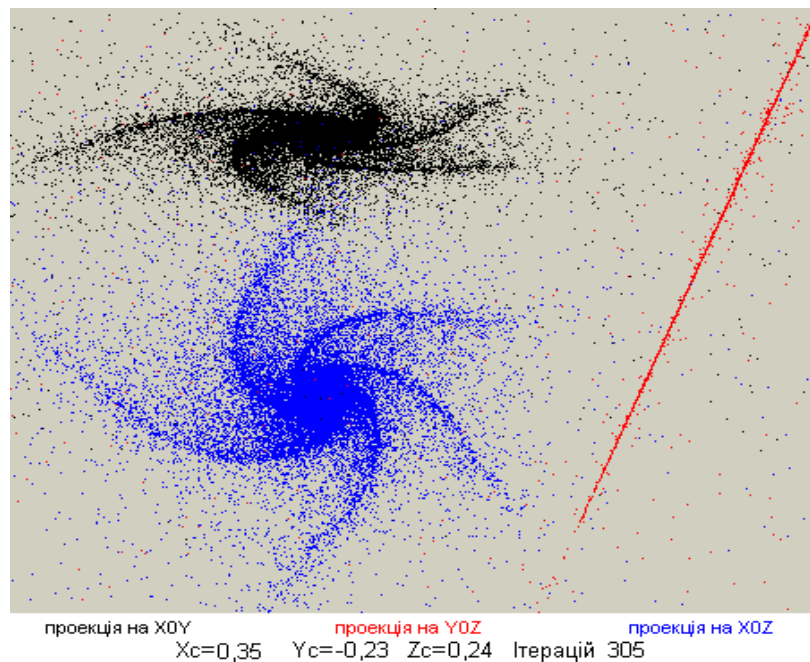


Рис. 9. Приклад утворення спіральної структури за допомогою методу операторних перетворень

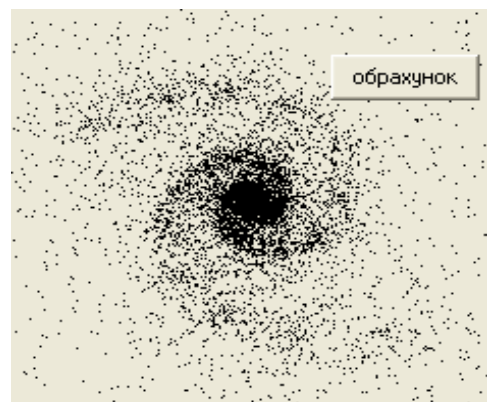


Рис. 10. Комп'ютерна модель морфологічної структури галактики NGC2993

При цьому розглянуто оператор (16) та проекції відповідних множин точок на площини $X0Y$, $Y0Z$ та $X0Z$. На рис.10 представлено модель морфологічної

структури спіральної галактики NGC2993. Відповідні результати моделювання підтверджують, що колективні солітонні механізми можуть відігравати важливу роль в низці процесів, зокрема при формуванні спіральних хвиль щільності.

У **розділі 5** змодельовано процеси поширення солітоноподібних збурень у тривимірному середовищі, зокрема, при наявності анізотропії пружних властивостей. Відокремлені хвилі в анізотропних пружних тілах досліджуються за допомогою Т-представлень, запропонована нова технологія аналізу анізотропії пружних властивостей матеріалів з точки зору існування відповідних солітоноподібних відокремлених хвиль.

При цьому розглядається анізотропне тверде тіло, для якого виконується закон Гука. Тоді рівняння руху записуються у вигляді:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = ((c_{11}, c_{66}, c_{55}, 2c_{16}, 2c_{15}, 2c_{56}), \Theta u) + ((c_{16}, c_{26}, c_{45}, c_{12} + c_{66}, c_{14} + c_{56}, c_{46} + c_{25}), \Theta v) + ((c_{15}, c_{46}, c_{35}, c_{14} + c_{56}, c_{13} + c_{55}, c_{36} + c_{45}), \Theta w), \quad (27)$$

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = ((c_{16}, c_{26}, c_{45}, c_{66} + c_{12}, c_{56} + c_{14}, c_{25} + c_{46}), \Theta u) + ((c_{66}, c_{22}, c_{44}, 2c_{26}, 2c_{46}, 2c_{24}), \Theta v) + ((c_{56}, c_{24}, c_{34}, c_{46} + c_{25}, c_{36} + c_{45}, c_{23} + c_{44}), \Theta w), \quad (28)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = ((c_{15}, c_{46}, c_{35}, c_{14} + c_{56}, c_{13} + c_{55}, c_{45} + c_{36}), \Theta u) + ((c_{56}, c_{24}, c_{34}, c_{46} + c_{25}, c_{45} + c_{36}, c_{23} + c_{44}), \Theta v) + ((c_{55}, c_{44}, c_{33}, 2c_{45}, 2c_{35}, 2c_{34}), \Theta w), \quad (29)$$

де Θ – векторний диференціальний оператор виду

$$\Theta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}, \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}, \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_1}, \frac{\partial^2}{\partial x_3 \partial x_1}, \frac{\partial^2}{\partial x_3 \partial x_2} \right), \quad (30)$$

$C = \|c_{ij}\|_{i,j=1,6}$ – тензор пружних сталих, $c_{ij} = c_{ji}$, $i, j = \overline{1,6}$: u , v , w – зміщення вздовж відповідних осей в декартовій системі координат. Розв'язки системи (27)–(29) знаходяться у вигляді:

$$\begin{pmatrix} u(x_1, x_2, x_3, t) \\ v(x_1, x_2, x_3, t) \\ w(x_1, x_2, x_3, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_u(t) \\ \psi_v(t) \\ \psi_w(t) \end{pmatrix} W(x_1, x_2, x_3, t), \quad (31)$$

де $W(x_1, x_2, x_3, t) = e^{\frac{g(x_1 - \tilde{x}_1(t))}{\varepsilon_1} + \frac{g(x_2 - \tilde{x}_2(t))}{\varepsilon_2} + \frac{g(x_3 - \tilde{x}_3(t))}{\varepsilon_3}}$, $g(x)$ – довільна додатня неперервно-диференційовна функція, яка має мінімум в точці 0, $g(0) = 0$, $\psi_u(t)$, $\psi_v(t)$, $\psi_w(t)$ – функції, які визначають компоненти амплітуди відповідного збурення, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – параметри, що визначають локалізацію збурення.

При цьому отримано систему співвідношень для визначення компонент швидкості, амплітуд та співвідношень для пружних сталих:

$$\begin{aligned} \rho \psi_u \tilde{x}_1'^2(t) &= c_{11} \psi_u + c_{16} \psi_v + c_{15} \psi_w, \\ \rho \psi_u \tilde{x}_2'^2(t) &= c_{26} \psi_v + c_{66} \psi_u + c_{46} \psi_w, \\ \rho \psi_u \tilde{x}_3'^2(t) &= c_{45} \psi_v + c_{55} \psi_u + c_{35} \psi_w, \\ 2\rho \psi_u \tilde{x}_1'(t) \tilde{x}_2'(t) &= 2c_{16} \psi_u + (c_{12} + c_{66}) \psi_v + (c_{14} + c_{56}) \psi_w, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
2\rho\psi_u\tilde{x}_1'(t)\tilde{x}_3'(t) &= (c_{13} + c_{55})\psi_w + 2c_{15}\psi_u(t) + (c_{14} + c_{56})\psi_v, \\
2\rho\psi_u\tilde{x}_2'(t)\tilde{x}_3'(t) &= 2c_{56}\psi_u + (c_{46} + c_{25})\psi_v + (c_{36} + c_{45})\psi_w, \\
\rho\psi_v\tilde{x}_1'^2(t) &= c_{16}\psi_u + c_{66}\psi_v + c_{56}\psi_w, \\
\rho\psi_v\tilde{x}_2'^2(t) &= c_{26}\psi_u + c_{22}\psi_v + c_{24}\psi_w, \\
\rho\psi_v\tilde{x}_3'^2(t) &= c_{45}\psi_u + c_{44}\psi_v + c_{34}\psi_w, \\
2\rho\psi_v\tilde{x}_1'(t)\tilde{x}_2'(t) &= (c_{12} + c_{66})\psi_u + 2c_{26}\psi_v + (c_{46} + c_{25})\psi_w, \\
2\rho\psi_v\tilde{x}_1'(t)\tilde{x}_3'(t) &= (c_{56} + c_{14})\psi_u + 2c_{46}\psi_v + (c_{36} + c_{45})\psi_w, \\
2\rho\psi_v\tilde{x}_2'(t)\tilde{x}_3'(t) &= (c_{25} + c_{46})\psi_u + 2c_{24}\psi_v + (c_{23} + c_{44})\psi_w, \\
\rho\psi_w\tilde{x}_1'^2(t) &= c_{15}\psi_u + c_{56}\psi_v + c_{55}\psi_w, \\
\rho\psi_w\tilde{x}_2'^2(t) &= c_{46}\psi_u + c_{24}\psi_v + c_{44}\psi_w, \\
\rho\psi_w\tilde{x}_3'^2(t) &= c_{35}\psi_u + c_{34}\psi_v + c_{33}\psi_w, \\
2\rho\psi_w\tilde{x}_1'(t)\tilde{x}_2'(t) &= (c_{14} + c_{56})\psi_u + (c_{46} + c_{25})\psi_v + 2c_{45}\psi_w, \\
2\rho\psi_w\tilde{x}_1'(t)\tilde{x}_3'(t) &= (c_{13} + c_{55})\psi_u + (c_{36} + c_{45})\psi_v + 2c_{35}\psi_w, \\
2\rho\psi_w\tilde{x}_2'(t)\tilde{x}_3'(t) &= (c_{36} + c_{45})\psi_u + (c_{23} + c_{44})\psi_v + 2c_{34}\psi_w.
\end{aligned}$$

Показано, що система (32) несумісна для ізотропних тіл, кристалів кубічної, гексагональної, тетрагональної та орторомбічної сингонії. В той же час є сумісною для триклінної та моноклінної сингоній. Зокрема, знайдено такі розв'язки цієї системи:

$$\begin{aligned}
c_{11} &= 93.1, c_{12} = 27.1, c_{13} = 35.86, c_{14} = 0, c_{15} = -27.86, c_{16} = -3.21, c_{22} = 100.1, \\
c_{23} &= 35.84, c_{24} = -32.87, c_{25} = 1.31, c_{26} = -7.63, c_{33} = 107.6, c_{34} = 30.29, \\
c_{35} &= 31.44, c_{36} = 24.01, c_{44} = 36.4, c_{45} = 23.46, c_{46} = 0.00, c_{55} = 36.4, c_{56} = -1.28, \\
c_{66} &= 30.4, \psi_u = 0.000001, \psi_v = 0.000000977, \psi_w = 0.00000235.
\end{aligned}$$

При цьому $\rho = 3206$ а компоненти швидкості рівні відповідно 0.08653416, 0.08458350, 0.20405407.

Вибираючи, наприклад, величини пружних сталих для гранітоїдів в Гпа, густину середовища рівну $3200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, що відповідає густині Землі на рівні поверхні

Мохоровичича (на глибині порядку 35 км відбувається зміна густини від 2.9-3.0 г/см³ до 3.1 - 3.5 г/см³), можна побудувати оцінки компонент швидкості хвилі в м/с: $x'_1(t) = 2736 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $x'_2(t) = 2674 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $x'_3(t) = 6445 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Тоді швидкість поширення

максимального збурення рівна $v(t) = 7494 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Така швидкість близька до швидкості поширення поздовжніх сейсмічних хвиль саме на глибині поверхні Мохоровичича (там відбувається зміна швидкості від 6.7÷7.6 км/с до 7.9÷8.6 км/с;).

У роботі показано, що умови (32) є необхідними та достатніми, проаналізовано наближені розв'язки характеристичної системи (32) та доведено, що в деякому околі наближеного розв'язку системи завжди існує точний. Це робить можливим застосування наближених розв'язків системи (32) для аналізу різних сингоній.

Для випадку залежності амплітуди від густини розглядаються збурення виду:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= \psi_u(\rho, t) e^{\frac{g(x-\tilde{x}(t, \rho))}{\varepsilon_1} + \frac{g(y-\tilde{y}(t, \rho))}{\varepsilon_2} + \frac{g(z-\tilde{z}(t, \rho))}{\varepsilon_3}}, \\ v(x, y, z, t) &= \psi_v(\rho, t) e^{\frac{g(x-\tilde{x}(t, \rho))}{\varepsilon_1} + \frac{g(y-\tilde{y}(t, \rho))}{\varepsilon_2} + \frac{g(z-\tilde{z}(t, \rho))}{\varepsilon_3}}, \\ w(x, y, z, t) &= \psi_w(\rho, t) e^{\frac{g(x-\tilde{x}(t, \rho))}{\varepsilon_1} + \frac{g(y-\tilde{y}(t, \rho))}{\varepsilon_2} + \frac{g(z-\tilde{z}(t, \rho))}{\varepsilon_3}}, \end{aligned} \quad (33)$$

де $g(x)$ – невід’ємна парна функція, $g(0)=0$, $\psi_u(t, \rho)$, $\psi_v(t, \rho)$, $\psi_w(t, \rho)$ – деякі функції, зміст яких – це амплітуда відповідних збурень (вони можуть бути як додатними так і від’ємними), $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – деякі константи, що визначають локалізацію збурень, $\tilde{x}(t, \rho), \tilde{y}(t, \rho), \tilde{z}(t, \rho)$ – функції, що визначають траєкторію солітонів.

Зокрема, отримано систему, що визначає траєкторію відокремленої хвилі, функцію амплітуди та умови для густини середовища:

$$\begin{aligned} \tilde{x}'(t, x) &= \chi(c_{11} / \rho)^{1/2} (1 - \frac{\partial}{\partial x} \tilde{x}(t, x)), \\ \psi_u'(t, x) &= -\chi(c_{11})^{1/2} \psi_u(t, x) \frac{1}{4} \rho^{-3/2} \rho' - \chi(c_{11})^{1/2} \rho^{-1/2} \frac{\partial \psi_u(t, x)}{\partial x}, \\ 4\rho'' - 5\rho^{-1}(\rho')^2 &= 0, \end{aligned} \quad (34)$$

при цьому $c_{66} = c_{55} = c_{15} = c_{26} = c_{45} = c_{12} = c_{13} = c_{36} = 0$.

Загальний розв’язок системи (34) має вигляд:

$$\rho(x) = \frac{1}{(cx + a)^4}, \tilde{x}(t, x) = x + \Phi(x - \chi \frac{1}{(c_{11})^{1/2}} \int \rho^{1/2} dx), \text{ де } \Phi - \text{довільна}$$

$$\text{функція, } \psi_u(t, x) = (cx + a) \Phi(t + \frac{1}{\chi c (c_{11})^{1/2} (cx + a)}).$$

Відповідні чисельні експерименти проведено з використанням систем автоматизованого проектування. Так, наприклад, поведінка відокремленої хвилі та нелінійні ефекти, що виникають в процесі її руху для випадку $c_{11}=1$, $\rho(x) = \frac{10}{(x-6)^4}$, $\chi=1$, $g(x) = x^2$ та при наступних крайових умовах: $\tilde{x}(x, 0) = 0.1$, $\tilde{x}(0, t) = 0.1$, $\psi_u(x, 0) = 0.5$, $\psi_u(0, t) = 0.5$ проілюстрована на рис. 11. Початкова відокремлена хвиля рухається у площині, перпендикулярній до осі OZ. Аналіз відповідної поверхні показує, що у випадку нелінійного закону зміни густини мають місце явища розщеплення відокремленої хвилі та виникнення низки нових хвиль. Виникає цуг хвиль, які з часом зменшують свою швидкість та амплітуду.

Також розглянуто випадки поширення хвилі при різних значеннях вектора початкової швидкості. Зокрема, при $\rho(x, y, z) = \rho(x)$, $\psi_u = \psi_u(x, y, t)$, $\psi_v = \psi_v(x, y, t)$, $\psi_w = \psi_w(x, y, t)$, $\tilde{x}(\cdot) = \tilde{x}(x, y, t)$, $\tilde{y}(\cdot) = \tilde{y}(x, y, t)$ отримано наступну систему, що описує закон руху, амплітудну характеристику відокремленої хвилі та співвідношення для густини середовища:

$$\begin{aligned}
\tilde{x}'(t, x) &= \chi(c_{11} / \rho)^{1/2} \left(1 - \frac{\partial}{\partial x} \tilde{x}(t, x)\right), \\
\tilde{y}'(t, x) &= \chi(c_{11} / \rho)^{1/2} \frac{\partial}{\partial x} \tilde{y}(t, x), \\
\psi'_u(t, x) &= -\chi(c_{11})^{1/2} \psi_u(t, x) \frac{1}{4} \rho^{-3/2} \rho' - \chi(c_{11})^{1/2} \rho^{-1/2} \frac{\partial \psi_u(t, x)}{\partial x}, \\
4\rho'' - 5\rho^{-1}(\rho')^2 &= 0.
\end{aligned} \tag{35}$$

На рис. 12 представлена траєкторія відокремленої хвилі (множина точок, на якій досягає максимального значення функція

$$W(x, y, z, t) = \exp\left(-\frac{g(x - \tilde{x}(x, y, z, t))}{\varepsilon_1} - \frac{g(y - \tilde{y}(x, y, z, t))}{\varepsilon_2} - \frac{g(z - \tilde{z}(x, y, z, t))}{\varepsilon_3}\right).$$

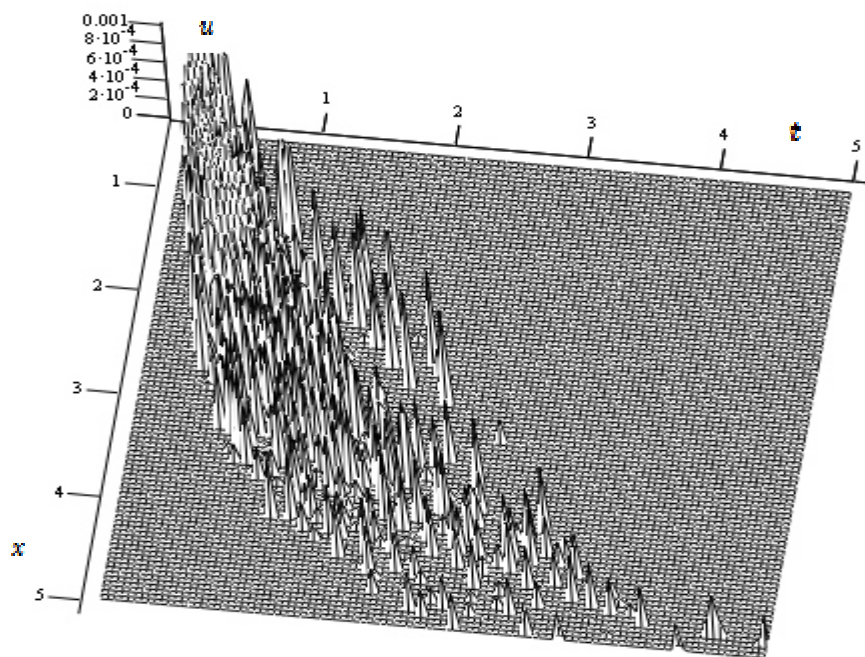


Рис. 11. Результати розрахунків хвильового пакету в області змінної густини

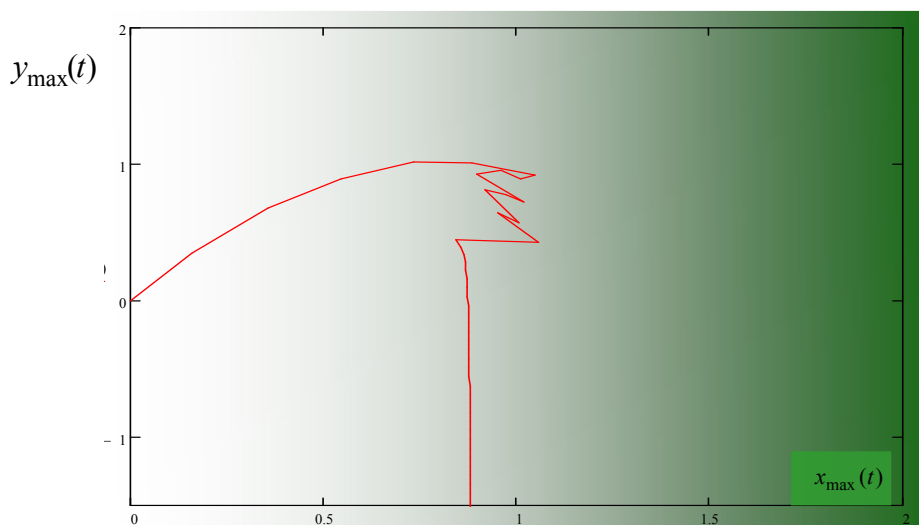


Рис. 12. Моделювання руху солітона в напрямку зростання густини

Аналіз траєкторій показує наявність ефектів відбивання хвилі як в напрямку зростання так і спадання щільності. Фрагменти траєкторій між точками відбивання близькі до прямолінійних чи спіралей. Зауважимо, що при сталій густині матимемо прямолінійні траєкторії.

Така поведінка хвилі підтверджує можливість застосування солітонного підходу до прогнозування сейсмічних поштовхів. Адже спостереження за послідовностями окремих поштовхів, що відбуваються в рамках локалізованого на певній території сейсмічного процесу, показують, що епіцентри окремих поштовхів можна описати за допомогою серій відбивань відокремлених хвиль від деяких уявних поверхонь (вони можуть являти собою певні неоднорідності у земній корі, розломи, зони накопичення сейсмічної енергії тощо).

У **шостому розділі** розроблено методи прогнозування та ідентифікації траєкторій відокремлених хвиль за результатами фіксації окремих їх положень та розглянуто інформаційну систему аналізу солітонної складової динамічних процесів та моделювання процесів поширення солітоноподібних збурень. Специфікою методів, що пропонуються, є врахування особливостей руху локалізованих хвиль у тих чи інших середовищах.

Пропонуються наближення траєкторій певними узагальненнями інтерполяційних многочленів для багатовимірних просторів, зокрема, розглядаються функції виду:

$$f(x) = \sum_{l=2}^k \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l-1}}^k \frac{\rho(x, x_j)}{\rho(x_{l-1}, x_j)} x_l, \quad (36)$$

де $\rho(x, y)$ – відстань між точками у просторі відповідної розмірності, $x_1, x_2, \dots, x_k$ – окремі точки траєкторії солітона у фазовому просторі, $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_k$ – відповідні моменти часу. Очевидно, що функція (36) задає відображення: $x_k \rightarrow x_{k+1}$. Аналогічно будується узагальнення функції (36) для простору-часу:

$$f(x, t) = \sum_{l=2}^k \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l-1}}^k \frac{\rho(x, t, x_{i_j}, t_{i_j})}{\rho(x_{i_{l-1}}, t_{i_{l-1}}, x_{i_j}, t_{i_j})} (x_{i_l}, t_{i_l}), \quad (37)$$

де $\rho(x, t_1, y, t_2)$ – відстань між точками у просторі-часі відповідної розмірності. Функція (37) задає відображення $(x_{i_k}, t_{i_k}) \rightarrow (x_{i_{k+1}}, t_{i_{k+1}})$. Функції (36)-(37) зручно використовувати при наявності відбивань хвилі, коли траєкторія є ламаною. У випадку, коли траєкторії є спіралями (див. рис. 12), зручно використовувати функції виду:

$$r(\varphi(t)) = \alpha_1 e^{-\mu_1 \varphi(t)} + \alpha_2 e^{-\mu_2 \varphi(t)} + \dots + \alpha_m e^{-\mu_m \varphi(t)}, \quad (38)$$

де α_i, μ_i – невідомі параметри.

У випадку, коли $x_j = r_j e^{i\varphi_j}$, $j = \overline{0, k}$ – значення, що спостерігаються, одержано систему моментних співвідношень для системи функцій $\{t^{\varphi_i}, i = \overline{1, k}\}$ у вигляді:

$$\begin{cases} \alpha_1 \beta_1^{\varphi_j} + \alpha_2 \beta_2^{\varphi_j} + \dots + \alpha_m \beta_m^{\varphi_j} = r_j, \\ j = \overline{0, k}, \end{cases} \quad (39)$$

де $e^{-\mu_i} = \beta_i, i = \overline{1, m}$.

В частковому випадку, коли $\varphi_i = i-1, i = \overline{1, k}$, система (39) є системою моментних співвідношень для степеневій проблеми моментів, яка добре вивчена. У загальному випадку для розв'язання експоненційної проблеми моментів (що визначається системою (39)) пропонується підхід, що полягає у зведенні її до степеневій. Для цього використовуються допоміжні системи виду:

$$\begin{cases} \tilde{\alpha}_1 \tilde{\beta}_1^j + \tilde{\alpha}_2 \tilde{\beta}_2^j + \dots + \tilde{\alpha}_m \tilde{\beta}_m^j = r_j, \\ j = \overline{0, 2m-1}. \end{cases} \quad (40)$$

Шляхом введення відображень $f_k(\varphi) = \tilde{r}^{-1}(r(\varphi)), f_k : [\varphi_k, \varphi_{k+1}] \rightarrow [k, k+1]$ таких, що $\tilde{r}(f_k(\varphi)) = r(\varphi)$ на інтервалі $[\varphi_k, \varphi_{k+1}]$, де

$\tilde{r}(\varphi) = \tilde{\alpha}_1 \tilde{\beta}_1^\varphi + \tilde{\alpha}_2 \tilde{\beta}_2^\varphi + \dots + \tilde{\alpha}_m \tilde{\beta}_m^\varphi$, будується функція виду:

$$f(\varphi) = \sum_{i=0}^{2m-2} f_i(\varphi) \chi(\varphi \in [\varphi_i, \varphi_{i+1}]) + f_{2m-1}(\varphi) \chi(\varphi \in [\varphi_{2m-1}, \infty)),$$

($\chi(\cdot)$ – функція Хевісайда) для якої виконуються рівності: $\tilde{r}(f(\varphi_i)) = r(\varphi_i) = r_i, i = \overline{0, 2m-1}$. З урахуванням цього значення $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ визначаються як розв'язки системи рівнянь:

$$\begin{cases} \alpha_1 \beta_1^j + \alpha_2 \beta_2^j + \dots + \alpha_m \beta_m^j = \tilde{r}(f(j)), \\ j = \overline{0, 2m-1}. \end{cases} \quad (41)$$

Запропоновано низку необхідних умов сумісності систем моментних співвідношень виду:

$$\begin{cases} y_1 \alpha_1^j + y_2 \alpha_2^j + \dots + y_m \alpha_m^j = x_j, \\ j = \overline{0, n-1}, \end{cases} \quad (42)$$

зокрема, умова виду:

$$\begin{aligned} x_0 &> 0, \\ x_i^{\min} &\leq x_i \leq x_i^{\max}, i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (43)$$

де $x_i^{\min}, x_i^{\max}$ є розв'язками відповідних задач нелінійного програмування виду:

$$\begin{aligned} x_i^{\max} &= \max(y_1 \alpha_1^i + y_2 \alpha_2^i + \dots + y_m \alpha_m^i), \\ x_i^{\min} &= \min(y_1 \alpha_1^i + y_2 \alpha_2^i + \dots + y_m \alpha_m^i), \end{aligned}$$

при умовах

$$\begin{cases} y_1 \alpha_1^j + y_2 \alpha_2^j + \dots + y_m \alpha_m^j = x_j, \\ j = \overline{0, i-1}, \\ y_j \geq 0, 0 \leq \alpha_j \leq 1, j = \overline{1, m}. \end{cases} \quad (44)$$

Умова (43) є необхідною та достатньою для сумісності системи (42) при виконанні умови (44) та умови виду:

$$\alpha_i \neq \alpha_j, i \neq j, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m}. \quad (45)$$

Доведення відповідних тверджень фактично містить алгоритм перевірки сумісності системи моментних співвідношень. Суть алгоритму полягає у наступному. Розглядаються послідовно рівняння системи (42) починаючи з

першого. Перше рівняння має розв'язок, якщо $x_0 \geq 0$. Нехай сумісною є підсистема

$$\begin{cases} y_1 \alpha_1^j + y_2 \alpha_2^j + \dots + y_m \alpha_m^j = x_j, \\ j = \overline{0, i-1}, \end{cases}$$

для деякого значення i . На наступному етапі необхідно знайти значення $x_i^{\min}$. Якщо i -парне, то $x_i^{\min} = \tilde{y}_1 \tilde{\alpha}_1^i + \tilde{y}_2 \tilde{\alpha}_2^i + \dots + \tilde{y}_{[i/2]} \tilde{\alpha}_{[i/2]}^i$, де $\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_{[i/2]}$ є коренями многочлена $\det |x_j x_{j+1} \dots x_{j+[i/2]-1} t^j|_{j=0}^{[i/2]}$ а $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_{[i/2]}$ є розв'язками системи лінійних алгебраїчних рівнянь виду:

$$\begin{cases} \tilde{y}_1 \tilde{\alpha}_1^j + \tilde{y}_2 \tilde{\alpha}_2^j + \dots + \tilde{y}_{[i/2]} \tilde{\alpha}_{[i/2]}^j = x_j, \\ j = \overline{0, [i/2]-1}. \end{cases}$$

При i непарному $x_i^{\min} = \tilde{y}_1 \tilde{\alpha}_1^i + \tilde{y}_2 \tilde{\alpha}_2^i + \dots + \tilde{y}_{[i/2]} \tilde{\alpha}_{[i/2]}^i$, де $\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_{[i/2]}$ є коренями многочлена $t \det |x_{j+1} \dots x_{j+[i/2]} t^j|_{j=0}^{[i/2]}$ а $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_{[i/2]}$ є розв'язками системи лінійних алгебраїчних рівнянь виду:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 + \dots + \tilde{y}_{[i/2]} + \tilde{y}_{[i/2]+1} &= x_0, \\ \tilde{y}_1 \tilde{\alpha}_1 + \tilde{y}_2 \tilde{\alpha}_2 + \dots + \tilde{y}_{[i/2]} \tilde{\alpha}_{[i/2]} &= x_1, \\ \dots \\ \tilde{y}_1 \tilde{\alpha}_1^{[i/2]} + \tilde{y}_2 \tilde{\alpha}_2^{[i/2]} + \dots + \tilde{y}_{[i/2]} \tilde{\alpha}_{[i/2]}^{[i/2]} &= x_{[i/2]}. \end{aligned}$$

Аналогічно знаходиться $x_i^{\max}$.

В окремому пункті (п.6.4) пропонується модель сейсмічного процесу, що базується на врахуванні локалізованих солітоноподібних збурень. Під землетрусом (поштовхом) розуміється вектор (x, t, μ) , де x – гіпоцентр, ($x \in \Omega$), t – час початку поштовху ($t \in R^+$), μ – енергія ($\mu \in M$, M -деяка множина). В якості моделі розглядається динамічна система виду:

$$\Sigma = \{T, \Omega, G_0, E, X, S, I\}, \quad (46)$$

де $T = [t_0, t_1] \subset R$ – часовий інтервал; $\Omega \subset R^3$ – фазовий простір; $G_0 \subset \Omega \times T \times M$ – початкова множина землетрусів; E – функція розподілу накопичення сейсмічної енергії; $\Omega(E)$ – відповідний простір функцій; $X: T \times \Omega \rightarrow \Omega$ – оператор, що визначає траєкторії солітонів; $S_t \subset \Omega$ – множина координат солітонів в момент часу t , $S = \{S_t, t \in [t_0, t_1]\}$; $I: \Omega \times \Omega(E) \times S \times T \times M \rightarrow [0, 1]$ – функціонал, який описує ймовірність виникнення землетрусу певної магнітуди в заданий момент часу в заданій точці.

Початкова множина поштовхів є заданою:

$(x_1, t_1, \mu_1), (x_2, t_2, \mu_2), \dots, (x_k, t_k, \mu_k)$, де $x_1, x_2, \dots, x_k$ – гіпоцентри землетрусів, $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_k$ – моменти поштовхів, $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ – магнітуди.

Для уточнення ймовірності поштовху (частковий випадок функціонала I) в заданій точці та фіксованому моменті часу необхідно робити оцінки положень солітонів за результатами прогнозування їх траєкторій. Множина S_t формується наступним способом.

1. Визначаються швидкості $\tilde{v}_{ij} = \frac{\rho(x_j, x_i)}{t_j - t_i}, j > i, j = 1, k$ ($\rho(\cdot)$ – відстань між епіцентрами).

2. З усієї послідовності епіцентрів виділяються підпослідовності $(x_{i_1}, t_{i_1}), (x_{i_2}, t_{i_2}), \dots, (x_{i_k}, t_{i_k})$ з врахуванням низки критеріїв, які пов'язані з характером швидкостей.

3. Для кожної виділеної підпослідовності землетрусів визначається прогнозна швидкість: $\tilde{v}_k(t) = C_k e^{-\mu(t-t_{i_{k-2}})}$, де $\mu = -\frac{\ln(\tilde{v}_{k-1}/\tilde{v}_{k-2})}{t_{i_k} - t_{i_{k-1}}}$, $C_k = \tilde{v}_{k-1} e^{\mu(t_{i_k} - t_{i_{k-2}})}$.

Для кожної підпослідовності для заданого моменту часу визначається прогнозна траєкторія солітона, зокрема, як крива, яка в полярній системі координат має вигляд:

$$r(\varphi(t)) = \alpha_1 e^{-\mu_1 \varphi(t)} + \alpha_2 e^{-\mu_2 \varphi(t)} + \dots + \alpha_m e^{-\mu_m \varphi(t)}, \quad \text{де } \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m -$$

деякі параметри, оцінка яких здійснюється з врахуванням гіпоцентрів.

4. Для кожної такої підпослідовності визначається положення солітоноподібної хвилі у заданий момент часу (з врахуванням швидкості руху відповідної хвилі та її прогносної траєкторії).

Очевидно, що реалізувати описані вище методи прогнозування траєкторій відокремлених хвиль, що можуть спричинити сейсмічні поштовхи, неможливо без відповідного програмного забезпечення. Тому розроблено програми, що реалізують функції аналізу та моделювання локалізованих хвиль (рис. 13) та можуть розглядатись як підсистеми програмно-апаратних комплексів сейсмічного та хвильового моніторингу (загальна структура програмно-апаратних комплексів, що враховують локалізовані хвилі, зображена на рис. 14).

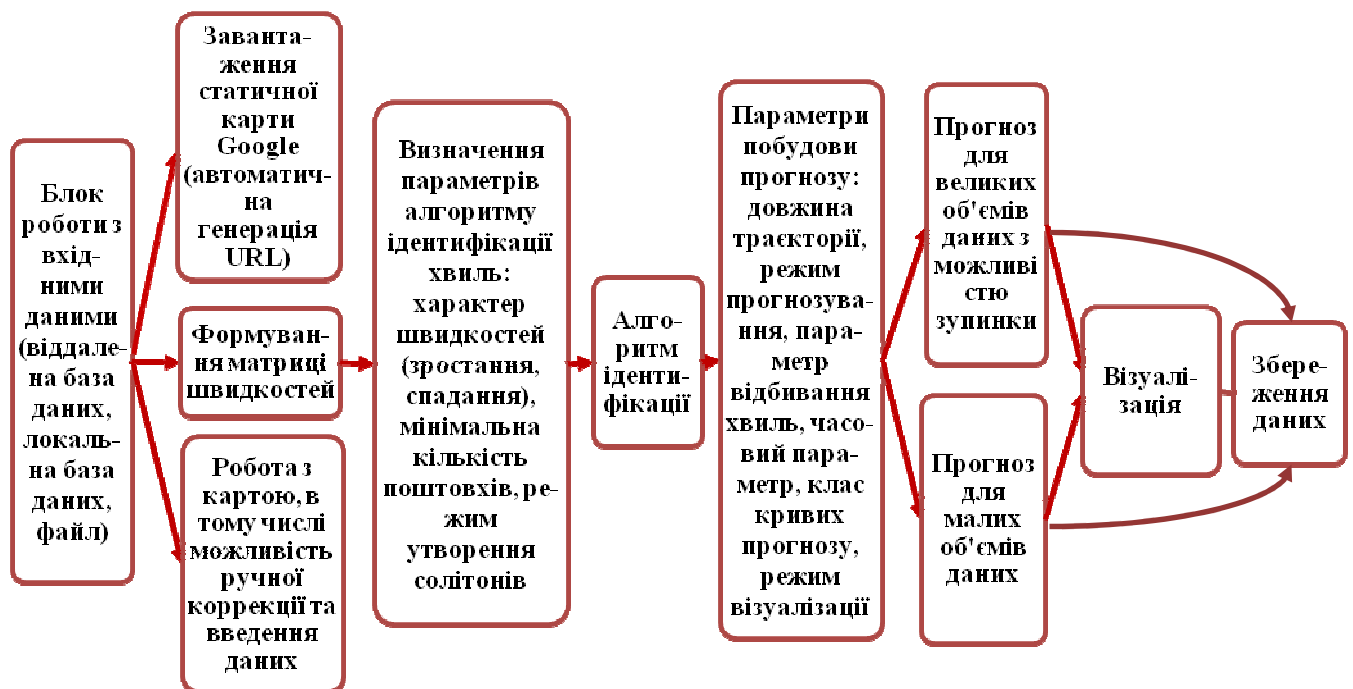


Рис. 13. Основні компоненти програмного комплексу

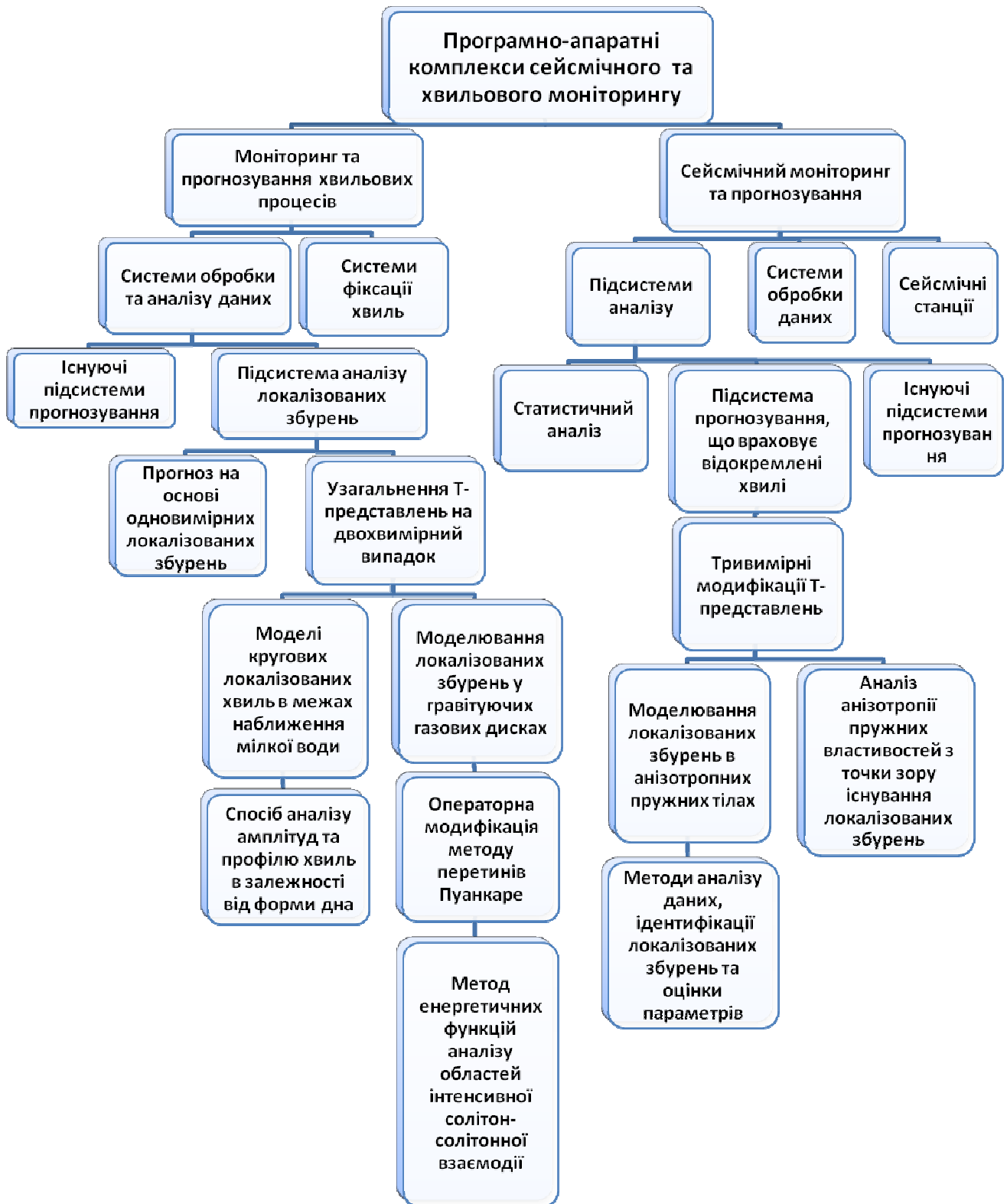


Рис. 14. Структура програмно-апаратного комплексу моніторингу сейсмічних та хвильових процесів, що містить підсистему аналізу локалізованих збурень

Розроблений програмний комплекс має наступні функціональні компоненти: підсистему отримання вхідних даних шляхом підключення до віддалених баз даних та формування відповідних SQL-запитів; підсистему візуалізації поштовхів та корекції даних, що базується на використанні системи роботи з статичними картами Google на основі Google API; підсистему аналізу вхідних даних, яка включає формування матриці швидкостей та алгоритм

ідентифікації траєкторій солітонів на основі методів, описаних вище; підсистему побудови прогнозу траєкторій та їх візуалізації. Реалізована багатопотокова обробка даних, оскільки алгоритм ідентифікації має поліноміальну складність та вимагає значного часу роботи при наявності великої кількості поштовхів а також виникає потреба призупиняти та продовжувати розрахунки, формувати проміжні вихідні файли. Програмний комплекс дозволяє автоматично формувати URL для отримання відповідної карти Google в залежності від вибраної області дослідження та координат відповідних поштовхів та має низку параметрів для налаштування алгоритму ідентифікації солітонів та прогнозування їх траєкторій.

На рис.15 наведено приклад побудови прогнозних траєкторій на основі відповідних методів їх ідентифікації. Сейсмічний процес відбувався районі Японських островів за 3 доби перед землетрусом магнітудою 8.9 (який відбувся 11 березня 2011 р.). Тут цифрами від 0 до 12 позначені епіцентри форшоків, епіцентр головного поштовху позначено кругом максимального радіусу (він знаходиться поблизу епіцентру форшоку з номером 1). Кривими та прямими лініями позначено прогнозні траєкторії відокремлених хвиль, розраховані за допомогою розробленого програмного забезпечення. При оцінці траєкторій солітонів враховані швидкості хвиль та можливість їх відбивання від областей з підвищеною густиною порід. Результати розрахунків підтвердили наявність двох характерних видів відокремлених хвиль: хвилі, що мають гладкі криволінійні траєкторії та ламані, утворені за рахунок відбивань (на ділянках, що безпосередньо граничать з гіпоцентром основного поштовху).

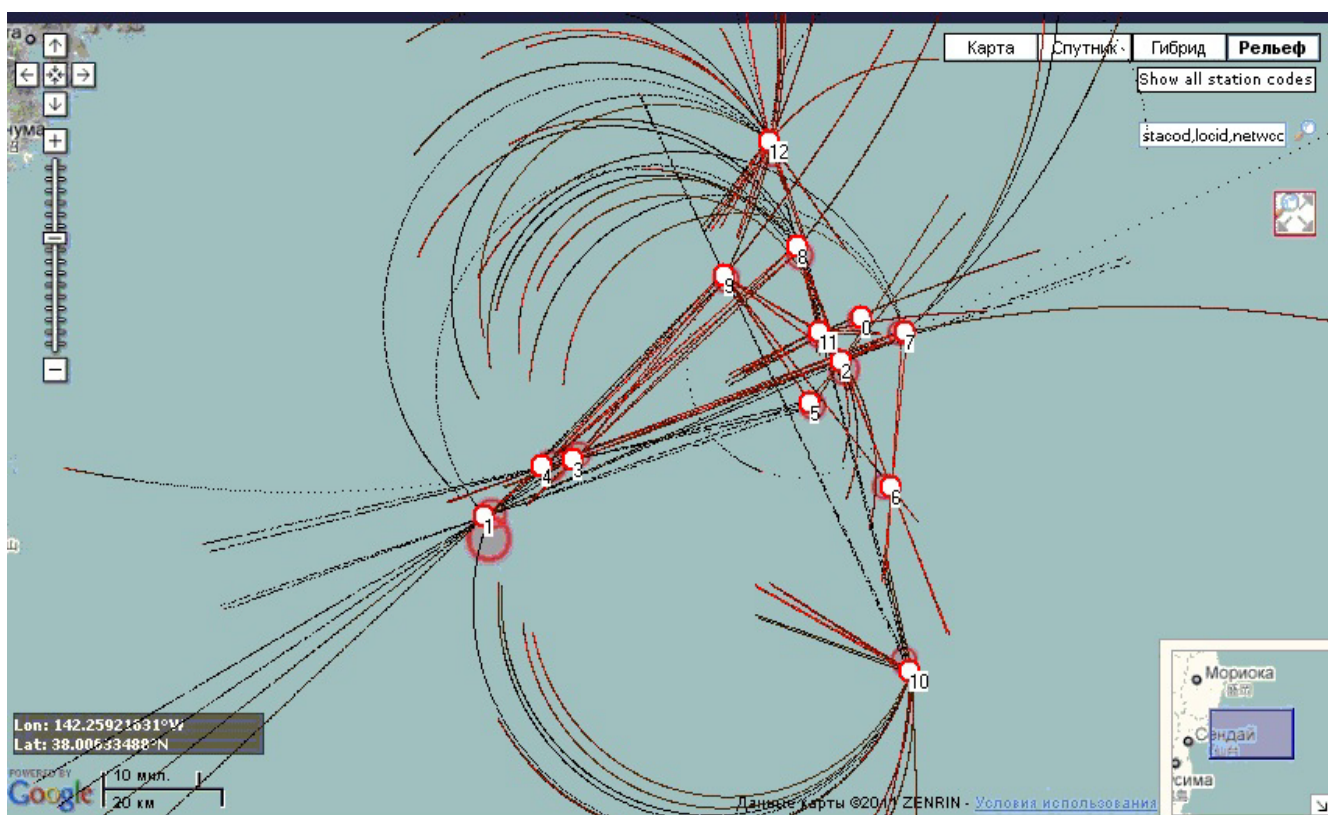


Рис. 15. Модель сейсмічного процесу в районі Японських островів, 8-11 березня 2011 р.

Точка головного поштовху потрапила в область зосередження максимальної кількості прогнозних локалізованих хвиль діаметром 10 км., а оцінка швидкостей руху відповідних збурень дозволила оцінити довжину тривожного періоду тривалістю 7 год. (форшокова активність при цьому становила в середньому 2 год. між окремими поштовхами).

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі отримано нові науково-обґрунтовані результати, що в сукупності вирішують важливу науково-прикладну проблему, сутність якої полягає в підвищенні ефективності систем сейсмічного та хвильового моніторингу шляхом створення теоретико-математичних основ комп'ютерного моделювання процесів генерації, поширення і взаємодії локалізованих солітоноподібних збурень в суцільних середовищах та розробки відповідних програмних комплексів.

Отримані нові наукові та практичні результати роботи мають переваги перед наявними рішеннями.

1. З вивчених джерел випливає, що існуючі програмно-апаратні комплекси сейсмічного та хвильового моніторингу, як правило, не містять ефективних підсистем прогнозування через неврахування низки фізичних факторів та відсутність адекватних математичних моделей відповідних фізичних процесів, зокрема процесів поширення локалізованих солітоноподібних збурень та їх взаємодії. Виходячи з цього, створено нові математичні моделі, що враховують наявність солітоноподібних локалізованих збурень та їх властивості, зокрема, характер траєкторій і дозволяють подолати вказані недоліки відповідних програмно-апаратних комплексів.

2. Запропоновано новий конструктивний спосіб представлення профілю локалізованих солітоноподібних збурень (Т-представлення), що має переваги слабких асимптотичних представлень типу δ -солітонів в частині їх універсальності, є зручним для знаходження форми та траєкторій відокремлених хвиль, допускає використання у просторових випадках та дозволяє моделювати як солітони так і локалізовані хвилі, які не є солітонами.

3. На основі Т-представлень розроблено чисельний метод моделювання процесів взаємодії одновимірних локалізованих збурень типу солітонів, антисолітонів та їх комбінацій (бризерів), що відрізняється, зокрема, розрахунком амплітудних характеристик та профілю хвильових взаємодій у заданих контрольних точках та дозволяє вивчати ефекти взаємодії і динаміки змін в часі довільних початкових локалізованих збурень. Метод моделювання має загальний характер і може бути використаний для дослідження одновимірних локалізованих солітоноподібних збурень в середовищах, динамічні властивості яких описуються диференціальними рівняннями, що містять нелінійні та дисипативні компоненти, зокрема, рівняннями типу Кортевега-де Вріза. Відповідні розрахунки здійснені в системах автоматизованого проектування та зіставлені з результатами експериментів, виконаних на установках Національного університету водного господарства та природокористування. Середня відносна похибка відхилення

експериментального та теоретичного профілю локалізованої хвилі в основній області її локалізації становить 10%.

4. Відповідна методика моделювання одновимірних відокремлених хвиль поширена на двовимірний випадок, на основі чого вдосконалені методи моделювання локалізованих збурень та дослідження їх траєкторій у областях змінної густини для моделей типу мілкої води – моделі мілкої води, що враховує поверхню дна та моделі тонкого гравітуючого газового диску та розроблені відповідні програмні комплекси, зокрема:

а) запропоновано математичну модель кругових локалізованих хвиль в межах наближення мілкої води, яка дозволяє точніше описувати поведінку хвиль типу цунамі в залежності від поверхні дна (зокрема, при їх наближенні до берега), проведено відповідні чисельні розрахунки в системах автоматизованого проектування;

б) побудовано математичні моделі процесів поширення локалізованих солітоноподібних збурень у гравітуючих газових дисках, що відрізняються використанням інфінітизмальних представлень локалізованих збурень в межах заданої точності та на основі яких створені підсистеми прогнозування траєкторій локалізованих збурень у системах автоматизованого проектування; чисельні експерименти дозволили виявити низку специфічних властивостей відповідних локалізованих збурень, зокрема явищ фокусування хвиль типу антисолітонів та їх відштовхування у областях змінної густини;

5. Запропоновано нові моделі динамічних систем, які відрізняються врахуванням солітонної компоненти та застосуванням спеціальних енергетичних функцій для дослідження ефектів «солітон-солітонної» взаємодії, що дозволило прогнозувати виникнення областей інтенсивної взаємодії відокремлених хвиль у середовищах, де можлива генерація та поширення відповідних локалізованих збурень. Створено нову математичну модель взаємодії траєкторій відокремлених хвиль та областей стрімкої зміни густини за умов значної інтенсивності виникнення таких хвиль, яка відрізняється використанням операторних модифікацій методу перетинів Пуанкаре, що дозволило пояснити один з можливих механізмів формування спіральних хвиль щільності, зокрема в газових дисках, за рахунок взаємодії локалізованих солітоноподібних збурень та областей сильної контрастності густини, встановити умови апроксимації орбіт дискретних динамічних систем, що визначаються операторними перетвореннями, кривими в класі логарифмічних спіралей та розробити програмний комплекс для дослідження динаміки природних об'єктів (які утворюються за рахунок фізичних механізмів, пов'язаних з локалізованими солітоноподібними збуреннями) за їх морфологічною структурою. Застосування відповідного програмного забезпечення дозволяє отримати дискретні множини точок, що моделюють морфологічну структуру відповідних об'єктів (зокрема, спіральні хвилі щільності в гравітуючих газових дисках, області хмарності циклонів) відносно відхилення яких в межах відповідних усереднених метрик становить 15%.

6. Розроблено чисельний метод моделювання локалізованих солітоноподібних збурень у анізотропних пружних середовищах, що відрізняється застосуванням спеціальних тривимірних модифікацій Т-представлень у яких, зокрема, амплітудні функції залежать від густини середовища та проведено

відповідні чисельні експерименти. Проаналізовано типи анізотропії пружних властивостей матеріалів з точки зору існування локалізованих солітоноподібних хвиль в межах класичної теорії анізотропного твердого тіла. Показано, що локалізовані збурення типу δ -солітонів існують при наявності анізотропії пружних властивостей, вищої від орторомбічної сингонії та одержано необхідні та достатні умови, яким повинні задовольняти пружні сталі для існування відповідних хвиль. В результаті зіставлення чисельних розрахунків пружних сталих з експериментальними даними для гірських порід, зокрема, гранітоїдів отримано оцінки швидкості солітоноподібних збурень та показано, що вона з точністю до 11% співпадає з швидкістю поширення поздовжніх сейсмічних хвиль на глибині поверхні Мохоровичича.

7. На основі властивостей поширення солітоноподібних збурень у анізотропних тілах, інформації про зростання анізотропії пружних властивостей гірських порід у зонах накопичення сейсмічної енергії вдосконалено існуючі моделі сейсмічних процесів шляхом врахування локалізованих солітоноподібних збурень як “спускових механізмів” окремих поштовхів, що дозволяє уточнювати сейсмічне районування шляхом врахування областей сейсмічної небезпеки, які змінюються в режимі реального часу. Отримано відповідні ймовірнісні оцінки для кожної області, що залежать, зокрема, від характеру вхідних даних.

8. Отримали подальший розвиток методи обробки та інтелектуального аналізу результатів спостережень точок взаємодії локалізованих хвиль та областей стрімкої зміни густини шляхом модифікації оцінок параметрів, в основі яких лежить конструктивне розв’язання експоненційної проблеми моментів, що дало змогу розробити ефективні алгоритми моніторингу та моделювання солітонної складової сейсмічних процесів на основі даних сейсмічних станцій.

9. Розроблено програмний комплекс для дослідження солітонної складової сейсмічних процесів, який дозволяє доповнювати карти сейсмічного районування областями зосередження локалізованих хвиль, що змінюються в режимі реального часу та здійснювати уточнення прогнозів сейсмічних поштовхів за умови ідентифікації локалізованих збурень в областях сейсмічної активності. Відповідний комплекс працює в локальній, мережевій версіях і може використовуватись як додаткова підсистема у існуючих програмно-апаратних комплексах сейсмічного моніторингу.

На основі низки досліджень сейсмічних процесів, що відбувались, зокрема, в районах Японських островів (2011 р.), о. Суматра (2013 р.), Чилі (2014 р.), Чехії та Польщі (2013 р.) показано, що епіцентр основного поштовху у відповідний момент часу потрапляв в область локалізації прогнозованих хвиль, яка займає 2-5% від усієї площі регіону, де відбувався сейсмічний процес. При цьому виявлено випадки (зокрема, для землетрусу в префектурі Фукусіма, Японія, 2011 р.), коли в момент основного поштовху в районі його гіпоцентру зосереджувалась значна кількість прогнозованих локалізованих збурень, що дозволило уточнити тривожний період у відповідній області (для землетрусу в префектурі Фукусіма, наприклад, такий період тривав 7 год., це становить 5% від тривалості усього періоду форшокових та афтершокових поштовхів) та є вагомим підтвердженням адекватності моделі та перспектив подальшого її використання.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Yuriy Turbal The trajectories of self-reinforcing solitary wave in the gas disc of galaxies./ Y. Turbal //Proceedings of the 3-rd International Conference on Nonlinear Dynamic. Kharkov. – 2010. – P. 112–118.
2. Yuriy Turbal Method of Earthquake Prediction Based on the Soliton Mechanisms of Some Shocks / Y. Turbal, M. Turbal, A. Bomba, O. Radoveniuk // Journal of Environmental Science and Engineering. – 2014. – № 3. – P. 151–155.
3. Yuriy Turbal T-transformation method for studing the multi-solitone solutions of the Kortevag-de Vries type equations / Y. Turbal, M. Turbal, A. Bomba, A. Sokh // Journal of Mathematics and System Sciense. – 2014. – № 4 . – P. 164–169.
4. Bomba A. Method for studing the multi-solitone solutions of the Kortevag de-Vries type equations / A. Bomba, Y.Turbal, M. Turbal // Journal of difference equation. – 2015. – v. 2-P. 1–10.
5. Бомба А. Я. Прогнозирование траекторий уединенных волн деформации в анизотропных упругих телах. / А. Я. Бомба, Ю. В. Турбал // Проблемы управления и информатики. – 2014. – № 3. – С. 12–22.
6. Патент 63026 Україна, МПК (2011.01) G01V 1/00. Спосіб прогнозування афтершоків [Текст] / Ю.В. Турбал; заявник та власник Турбал Юрій Васильович. – № u201102262; заявл. 25.02.2011 ; опубл 26.09.2011 бюл. № 18. – 5 с.: іл.
7. Турбал Ю. В. О необходимых и достаточных условиях существования решений уравнений движения для анизотропных упругих тел в виде уединенных волн типа δ -солитонов. / Ю. В. Турбал // Проблемы прикладной математики и математического моделирования. – 2012. – вып. 2012. – С. 78–86.
8. Турбал Ю. В. Деякі властивості позитивних напівтраєкторій Жюліа. / Ю. В. Турбал // Волинський математичний вісник. – 2005. – № 3(12). – С. 175–186.
9. Турбал Ю. В. Дослідження анізотропії пружних властивостей матеріалів з точки зору існування відокремлених хвиль типу δ -солітонів. / Ю. В. Турбал // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць / ред. кол.: Дзюба (відп. ред.) та ін.. – Д. : Вид-во ДНУ, 2012. – Вип. 18. – С. 115–123.
10. Бомба А. Я. Дослідження нелінійних ефектів взаємодії відокремлених хвиль деформації з областями змінної густини в анізотропному пружному тілі / А. Я. Бомба, Ю. В. Турбал // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2013. – Вип. 18. – С. 86–91.
11. Турбал Ю. В. Математична модель сейсмічного процесу, що враховує повільні відокремлені хвилі деформації / Ю. В. Турбал // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського – 2013. – № 4(81) – С. 88–93.
12. Турбал Ю. В. Математичне моделювання процесу руху солітона в анізотропному пружному тілі змінної густини / Ю. В. Турбал // Математичне та комп'ютерне моделювання – 2013. – вип. 12. – С. 55–62.
13. Турбал Ю. В. Метод прогнозування землетрусів на основі солітонних спускових механізмів. / Ю. В. Турбал // Форми життя та питання їх співіснування, секція «Геотектоніка та геодинаміка» : матеріали VI-ї Міжнародної науково-

практичної конференції”, Великобританія, м. Лондон - м. Київ, 3-7 травня 2011 р. – К., 2011. – С. 109–111.

14. Турбал Ю. В. Один підхід до перевірки статистичних гіпотез про перетворення Лапласа випадкових величин / Ю. В. Турбал // Волинський математичний вісник. – 1997. – № 4. – С. 161–165.

15. Турбал Ю. В. Оцінка інтенсивностей Пуассонівських потоків моделі радіоактивного забруднення / Ю. В. Турбал // Волинський математичний вісник. – 1996. – № 3. – С. 130–134.

16. Турбал Ю. В. Про достатні умови стрибка траєкторії моделі радіоактивного забруднення / С. І. Доценко, Ю. В. Турбал // Волинський математичний вісник. – 1998. – № 5. – С. 48–55.

17. Турбал Ю. В. Про операторний метод моделювання спіральних структур / Ю. В. Турбал // Вісник Київського університету. Сер.: Фізико-математичні науки. – 2005. – № 4. – С. 237–242.

18. Турбал Ю. В. Про наближені та точні розв’язки характеристичної системи, що визначає необхідні та достатні умови існування солітонних розв’язків рівнянь руху для анізотропних пружних тіл / Ю. В. Турбал, М. Ю. Турбал // Волинський математичний вісник. – 2013. – № 10(19). – С. 166–180.

19. Турбал Ю. В. Про необхідні та достатні умови сумісності деяких систем нелінійних рівнянь / Ю. В. Турбал // Волинський математичний вісник. – 1999. – № 6. – С. 135–138.

20. Турбал Ю. В. Про самоорганізацію динамічних систем у векторних полях / Ю. В. Турбал // Вісник Київського університету. Сер.: Фізико-математичні науки. – 2007. – № 1. – С. 192–198.

21. Турбал Ю. В. Про уточнення деяких оцінок параметрів функцій зносу моделі радіоактивного забруднення. / Ю. В. Турбал // Волинський математичний вісник. – 2000. – № 7. – С. 147–153.

22. Турбал Ю. В. Про характер траєкторій малих збурень типу дельта-солітонів для рівнянь газової динаміки галактик / Ю. В. Турбал, А. В. Клап // Волинський математичний вісник. – 2009. – № 6(15). – С. 144–156.

23. Турбал Ю. В. Функції щільності деяких нелінійних перетворень випадкових векторів / Ю. В. Турбал // Волинський математичний вісник. – 2007. – № 4(13). – С. 150–157.

24. Турбал Ю. В. Часткові розв’язки рівнянь газової динаміки галактик із збуренням типу δ -солітонів / Ю. В. Турбал // Вісник Київського університету. Сер.: Фізико-математичні науки. – 2009. – № 1. – С. 67–75.

25. Турбал Ю. В. Граничні властивості орбіт дискретних динамічних систем, що визначаються класом квадратичних операторів / Ю. В. Турбал, О. В. Радовенюк, М. Ю. Турбал // Вісник ННІАКОТ. – Рівне, 2014. – С. 112–118.

26. Ю. Турбал Проекційний метод кодування інформації на основі позитивних напівтраєкторій Жюліа / Ю. Турбал // Zarzadzanie rozwojem ekonomicznym : матеріали міжнародної конференції, Краків, Польща. – К., 2008. – С. 429–439

27. Бомба А. Я., Рябенко О. А., Турбал Ю. В. Модифікація Т-представлень для знаходження бризерних розв’язків рівнянь типу Кортвега-де Вріза // Вісник НУВГП. – № 4(68). – Рівне : НУВГП, 2014. – С. 110–118.

28. Бомба А. Я. Методы анализа данных и прогнозирование траекторий уединенных волн / А. Я. Бомба, Ю. В. Турбал // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 5. – С. 34–43.
29. Бомба А. Я. Метод дослідження багатосолітонних розв'язків рівнянь типу Кортевега-де Вріза на основі Т-представлень / А. Я. Бомба, Ю. В. Турбал // Вісник ТНТУ. – № 1. – 2015 – С. 112–119.
30. Турбал Ю. В. Математичні моделі сейсмічних процесів, що враховують солітонну компоненту / Ю. В. Турбал, М. Ю. Турбал, А. П. Сьох, О. В. Радовенюк // Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів: матеріали Всеукраїнської наукової конференції, м. Рівне – 2015 р. – С. 99.
31. Турбал Ю. В. Математичне моделювання структури рукавів спіральних галактик / Ю. В. Турбал // Relativistic Astrophysics, Gravitation and Cosmology: матеріали VI міжнародної конференції, м. Київ – 2006 р. – С. 21.
32. Турбал Ю. В. Автоматизоване проектування складу бетонної суміші / Ю. В. Турбал, Л. Й. Дворкін, А. К. Шах // Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів: матеріали Всеукраїнської наукової конференції, м. Рівне – 2015 р. – С. 99–100.
33. Turbal Y. Some aspects of the sheduling algorithm/ Y.Turbal // Shabolcs-Szatmar-Bereg konferencia any aganak bemutatas: international conference, Nyiregehaza, Hungary. – 2002. – P. 114–115.
34. Турбал Ю. В. Метод знаходження солітонних розв'язків рівнянь руху / Ю. В. Турбал, А. Я. Бомба // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2013): Abstracts of XIX Int. Conference, Shidnitsa, Ukraine, May 23-27–2013. – P.124.
35. Турбал Ю. В. Про конфігураційний підхід до розв'язку деяких задач теорії розкладів / Ю. В. Турбал // Інформаційні технології в економіці, менеджменті і бізнесі. Проблеми науки, практики і освіти: 36. наукових праць VI Міжнародної науково-практичної конференції. – К. : СУФІМБ, 2001. – С. 135.
36. Турбал Ю. В. Динамічні системи з випромінюванням типу δ -солітонів / Ю. В. Турбал // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2008). : abstracts of XIX Int. Conference- Kyiv-Rivne, Ukraine, May 12-17– 2008. – P. 123.
37. Турбал Ю. В. Про наближені та точні розв'язки характеристичної системи, що визначає солітонні розв'язки рівнянь руху для анізотропних пружних тіл / Ю. В. Турбал, М. Ю. Турбал // Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів: матеріали Всеукраїнської наукової конференції, м. Рівне – 2013 р. – С. 99–109.
38. Турбал Ю. В. Про характер локальних екстремумів енергетичних функцій динамічних систем з випромінюванням / Ю. В. Турбал // Dynamical system modelling and stability investigation : матеріали міжнародної конференції , Київ, Україна, 3-5 червня 2007 р. – 2007. – С. 103.
39. Турбал Ю. В. Солітонна модель сейсмічного процесу / Ю. В. Турбал // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2012). : abstracts of XIX Int. Conference, Mukachevo, Ukraine, April 23-27. – М., 2012. – P. 84.
40. Турбал Ю. В. Система прогнозування землетрусів, що враховує солітонні спускові механізми / Ю. В. Турбал, М. Ю. Турбал // Матеріали

конференції «Стратегічні рішення інформаційного розвитку економіки, суспільства та бізнесу». – Рівне, 2014. – С. 88–96.

41. Бомба А. Я. Математичне та комп'ютерне моделювання сейсмічних процесів на основі солітонного підходу / А. Я. Бомба, Ю. В. Турбал, О. В. Радовенюк, М. Ю. Турбал // Технологічний аудит та резерви виробництва. – 2015. – № 2/5(22) – С. 26–30.

42. Турбал Ю. В. Математичне моделювання цунамі на основі Т-представлень / Ю. В. Турбал, А. Я. Бомба, Р. І. Волинський, М. Ю. Турбал, О. В. Радовенюк, Н. М. Сьох // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2015): Abstracts of XXVI Int. Conference, Shidnitsa, Ukraine, May 11-15 – 2015. – P. 135.

43. Turbal Y. V. Travelling wave solutions for the Korteweg-de Vries type equations / Y. V. Turbal, A. Y. Bomba // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2014): Abstracts of XXII Int. Conference, Shidnitsa, Ukraine, May 12-16 – 2014. – P. 124.

44. Турбал Ю. В. Метод аналізу процесів поширення кругових солітоноподібних хвиль в рамках наближення мілкої води / Ю. В. Турбал, А. Я. Бомба // Вісник НУВГП. – № 2 – 2015. – С. 99–106.

45. Турбал Ю. В. Метод визначення максимальних висот локалізованих кругових хвиль в межах наближення мілкої води / Ю. В. Турбал, А. Я. Бомба, М. Ю. Турбал, О. В. Радовенюк // Східноєвропейський журнал передових технологій. – № 4/5. – 2015. – С. 13–16.

46. Турбал Ю. В. Метод операторних перетворень моделювання точок перетину траєкторій відокремлених хвиль та областей зміни густини / Ю. В. Турбал, А. Я. Бомба, М. Ю. Турбал // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики (APAMCS-2015): матеріали міжнародної конференції, Львів, 24-25 вересня, 2015 р. – 2015. – С. 122–123.

47. Турбал Ю. В. Метод моделювання локалізованих кругових хвиль в межах наближення мілкої води / Ю. В. Турбал, А. Я. Бомба, М. Ю. Турбал, О. В. Радовенюк // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2015): Abstracts of XXVI Int. Conference, Odesa, Ukraine, August, 23-28 – 2015. – P. 124.

48. A. Y. Bomba The markov moment problem and algorithms of the solitary waves trajectories identifications in continuous media / A. Y. Bomba, Y. V. Turbal, // Mathematics for life sciences: Abstracts of III Int. Conference, Rivne, Ukraine, September 15-19. – 2015. – P. 1.

АНОТАЦІЯ

Турбал Ю.В. Математичне моделювання процесів поширення локалізованих солітоноподібних збурень в суцільних середовищах. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, Харків, 2015.

Дисертаційна робота присвячена розробці нових методів моделювання процесів поширення та взаємодій відокремлених солітоноподібних збурень в суцільних середовищах, що становлять теоретичну основу відповідних підсистем

прогнозування у програмно-апаратних комплексах сейсмічного та хвильового моніторингу. Запропоновано новий конструктивний спосіб представлення профілю локалізованих солітоноподібних збурень, який допускає поширення на просторові випадки та дозволяє моделювати як солітони так і локалізовані хвилі, які не є солітонами. Розроблено чисельні методи моделювання процесів взаємодії локалізованих збурень, що відрізняються, зокрема, розрахунком амплітудних характеристик та профілю хвильових взаємодій у заданих контрольних точках та дозволяють вивчати ефекти взаємодії і динаміку змін в часі довільних початкових локалізованих збурень. Побудовано нові математичні моделі, що описують процеси взаємодії локалізованих солітоноподібних збурень та областей контрастності густини середовища та ґрунтуються на операторних модифікаціях методу перетинів Пуанкаре. Отримано необхідні та достатні умови існування відокремлених хвиль в рамках класичної теорії анізотропного твердого тіла. Запропоновано метод прогнозування сейсмічних поштовхів, який враховує локалізовані солітоноподібні збурення, що можуть виникати в районах сейсмічної активності. Як елемент системи оцінювання параметрів траєкторій запропоновано конструктивний підхід до розв'язання проблеми моментів для спеціального класу функцій Чебишева. Розроблено нові підходи до ідентифікації траєкторій солітонів в глибині землі, що ґрунтуються на даних сейсмічних станцій та відповідний програмний комплекс для дослідження солітонної складової сейсмічних процесів, який дозволяє уточнювати карти сейсмічного районування шляхом побудови областей зосередження локалізованих солітоноподібних збурень, що змінюються в режимі реального часу.

Ключові слова: математичне моделювання, солітоноподібне збурення, рівняння руху, аналіз даних, прогнозування, сейсмічний процес, моніторинг, програмно-апаратний комплекс.

АННОТАЦИЯ

Турбал Ю. В. Математическое моделирование процессов распространения локализованных солитоноподобных возмущений в сплошной среде. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина Министерства образования и науки Украины, Харьков, 2015.

Диссертация посвящена разработке новых методов моделирования процессов распространения и взаимодействия уединенных солитоноподобных возмущений в сплошных средах, являющихся теоретической основой соответствующих подсистем прогнозирования в программно-аппаратных комплексах сейсмического и волнового мониторинга.

Предложен новый конструктивный способ представления профиля локализованных солитоноподобных возмущений, допускающий использование в пространственных случаях и позволяющий моделировать как солитоны так и локализованные волны, которые не являются солитонами.

Разработаны численные методы моделирования процессов взаимодействия локализованных возмущений, которые отличаются, в частности, расчетом амплитудных характеристик и профиля волновых взаимодействий в заданных контрольных точках и позволяют изучать эффекты взаимодействия и динамику изменений во времени произвольных начальных локализованных возмущений. В одномерном случае соответствующие методы продемонстрированы на примере уравнений типа Кортевега-де Вриза, найдены новые классы решений соответствующих уравнений.

В двумерном случае предложен метод моделирования уединенных волн для сред, волновые процессы в которых определяются уравнениями типа мелкой воды. Исследовано существование приближенных решений уравнений движения газовой динамики гравитирующих газовых дисков, имеющих характер одиночных волн типа δ -солитонов. Разработан конструктивный подход, который позволяет исследовать траектории уединенных волн в областях переменной плотности. Предложен аналитический подход к изучению круговых локализованных волн (типа цунами) в рамках приближения мелкой воды для произвольной поверхности дна.

Построены новые математические модели, описывающие процессы взаимодействия локализованных солитоноподобных возмущений с областями сильной контрастности плотности среды и базирующиеся на операторных модификациях метода сечений Пуанкаре. Найдены необходимые и достаточные условия аппроксимации орбит дискретных динамических систем, определяемых операторными преобразованиями, логарифмическими спиралями. Введены специальные энергетические функции, описывающие коллективные эффекты «солитон-солитонного» взаимодействия и исследованы их свойства.

Доказано, что уравнения движения для анизотропного твердого тела имеют решения, моделирующие уединенные волны, при анизотропии упругих свойств, выше орторомбической сингонии. Получены необходимые и достаточные условия существования уединенных волн, допускающих Т-представление, в рамках классической теории анизотропного твердого тела.

Предложен метод уточнения прогноза сейсмических толчков, учитывающий возможное возникновение в областях сейсмической активности уединенных волн и их влияние на области накопления сейсмической энергии. Как элемент системы оценивания параметров траекторий уединенных волн предложен конструктивный подход к решению проблемы моментов для специального класса функций Чебышева. Разработаны новые подходы к идентификации траекторий солитонов в глубине земли, основанные на данных сейсмических станций и соответствующий программный комплекс для исследования солитонной составляющей сейсмических процессов, который позволяет уточнять карты сейсмического районирования путем построения областей сосредоточения локализованных солитоноподобных возмущений, изменяющихся в режиме реального времени.

Ключевые слова: математическое моделирование, солитоноподобные возмущения, уравнения движения, анализ данных, прогнозирование, сейсмический процесс, мониторинг, программно-аппаратный комплекс.

ABSTRACT

Turbal Y.V. Mathematical modelling of the solitary waves propagation processes in continuous media. – The manuscript.

Thesis submitted for the degree of doctor of technical sciences, specialty 01.05.02 – Mathematical modeling and computational methods. – V.N. Karazin Kharkiv National University of Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2015.

The thesis is devoted to the development of new methods for researching and modeling the solitary waves propagation in continuous media that are the theoretical basis of forecasting subsystems in the system of seismic and wave monitoring. The theoretical approaches allow to simulate solitary waves as well as their interaction. It was proposed the numerical modeling method for localized perturbations interaction that characterized, in particular, by the amplitude and profile calculation in a given control points and allow to study the effects of interactions and dynamics of changes in time localized initial perturbations. It was proposed method of circular solitary waves modeling in media where wave processes are determined by the shallow water equations, studied the existence of approximate solutions of the motion equations of gas dynamics having the character of a single wave. We investigated the constructive approach, which allows to explore the trajectory of solitary waves in areas of varying density. Method of Poincaré sections is modified for describing the interaction of solitons with areas of increased density on the basis of special type operator transformations. Necessary and sufficient conditions for the existence of a solitary wave obtained in the classical theory of anisotropic solids. We propose the method of seismic shocks predicting, based on the soliton «triggers» and solve the problem of moments for a special class of Chebyshev functions as an element of estimation of the trajectories parameters. New approaches to the identification of solitons trajectories in the depths of the earth, based on data from seismic stations, is investigated. It is developed the software package for the study of seismic processes soliton component that allows you to specify the seismic zoning map by building localized areas of perturbations concentration changing in real time.

Keywords: mathematical modeling, localized perturbation, equations of motion, data analysis, forecasting, seismic process, monitoring, software.